

Modul: Sannolikhet och statistik
Del 4: Klassrumsnormer och experimentbaserad sannolikhet

Hemligheten i flaskan – förslag på aktivitet

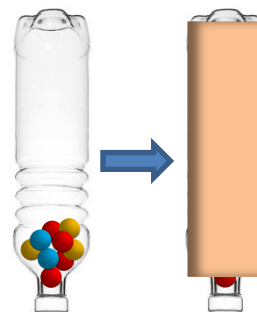
Per Nilsson, Örebro Universitet
Cecilia Kilhamn, Göteborgs Universitet

Den här aktiviteten utgår från samma idé och samma material som spelet Färgracet från del 3. Skillnaden är att utfallsrummet nu är dolt så att vi inte kan se kulorna och beräkna den teoretiska sannolikhetsfördelningen. Genom experiment ska vi fastställa den experimentella sannolikhetsfördelningen och utifrån den beskriva utfallsrummet. För att åstadkomma ett dolt utfallsrum tejpar vi över flaskan så att det blir omöjligt att se innehållet. Uppgiften för eleverna blir att ta reda på flaskans hemliga innehåll. Genom aktiviteten får eleverna en konkret upplevelse av en experimentellt baserad modell av sannolikhet. Dessutom utmanas kanske de sociomatematiska normerna i klassrummet när det gäller att lita på sina egna modeller och sin egen argumentation kontra att rätta sig efter facit.

Material

Till spelet behöver varje par eller grupp av elever följande material:

- en övertejp PET-flaska om 0.5 L
- flörtkulor eller liknande i tre olika färger, med en storlek som precis går in i flaskan
- arbetsblad med frekvenstabeller.



Flaskorna kan täckas genom att tejpas över med exempelvis silvertejp. Tejpa ordentligt runt hela flaskan förutom en liten bit längst ut på flaskans hals så att man kan se den kula som hamnar längst ner när flaskan vänds upp-och-ner. Inga andra kulor ska synas.

Aktivitet

Aktiviteten går ut på att eleverna gör många stickprov och får fram relativa frekvenser över färgernas fördelning. Med utgångspunkt i sina resultat ska de försöka lista ut hemligheten i flaskan: hur många kulor av varje färg finns där? Genom att dokumentera hur ofta en händelse inträffar, exempelvis händelse ”gul kula längst ner”, kan vi se vilka händelser som är vanligare än andra. Låt eleverna arbeta i par eller i små grupper. *Den undervisande läraren ska helst inte veta fördelningen i flaskan!* Dock behöver man veta *totala antalet* kulor per flaska för att de relativa frekvenserna ska kunna omvandlas i absoluta antal. Kanske kan en kollega stoppa i kulorna i flaskorna så att det är okänt för alla? Det är viktigt att alla grupper har *samma* fördelning i flaskan den här gången så att ni i slutändan kan addera allas stickprov och få ett riktigt stort underlag. Gör ni aktiviteten flera gånger kan ni låta eleverna få olika fördelning och göra jämförelser. Givetvis finns det ett slags ”facit” i form av en teoretisk sannolikhetsfördelning som ni kan beräkna om ni öppnar flaskan och häller ut kulorna,

men om ni verkligen vill utmana normen att det alltid finns ett facit så undvik att göra det. Låt istället klassen, genom att experimentera, diskutera och argumentera gemensamt, avgöra utfallsrummet i flaskan med utgångspunkt i den experimentella sannolikhetsfördelningen. Svårighetsgraden på övningen kan varieras genom att både antalet färger och fördelningen varieras. Två färger och lika fördelning (3 av varje färg) kommer att bli ett enkelt utfallsrum att lista ut medan 3 färger med väldigt olika fördelning (1 röd, 3 gula, 6 blå) blir ett betydligt svårare utfallsrum att lista ut.

Varje elevgrupp gör två stickprov med 25 observationer vardera, Dessa fylls i på aktivitetsbladet i tur och ordning. Efter 25 observationer kan resultatet se ut så här:

Stickprov 1 (25 observationer)

Frekvenstabell för stickprov 1		
Utfall	Observationer (25st)	
	Absolut frekvens	Relativ frekvens
Gul	7	7/25
Blå	5	5/25
Röd	13	13/25

G	R	R	G	B	R	G	R	R	R	B	G	R	B	R	R	B	G	G	B	R	R	G	R	R
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Eleverna summerar hur många de fick av varje färg i frekvenstabellen. Den relativa frekvensen beräknas också. Tjugofemtedelar, femtiondelar och hundradelar är de bråk som kommer att förekomma i den här aktiviteten. Om försöket görs i en klass där det känns alltför svårt att arbeta med bråk kan ni avvakta med den delen till helklasssamtalet och enbart låta eleverna fylla i den absoluta frekvensen. I helklasssamtalet kan man gemensamt beskriva de relativa frekvenserna som andelar och relatera till hälften, mer än hälften, mindre än hälften. Aktiviteten kan också ses som ett bra tillfälle att införa bråkräkning, speciellt i fallet med hundradelar.

Låt eleverna diskutera sina utfall och gärna jämföra med andra grupper. Låt dem därefter genomföra ett stickprov med 25 observationer till, och slutligen addera sina två stickprov så att de får ett större stickprov med 50 observationer. På aktivitetsbladet finns några frågor som kan hjälpa eleverna att föra samtal om sina resultat och argumentera för fördelningen i flaskan.

- 1) Jämför stickprov 1 med stickprov 2.
 - a) Är det samma färg som det blivit flest av båda gångerna?
Är det samma färg det blivit färst av båda gångerna?
Varför blir resultatet sådant?
 - b) Hur tror ni resultatet kommer att bli om ni gör jättemånga observationer?
 - c) Vilken färg tror ni det finns flest av i flaskan?
Varför det?
 - d) Hur stor är skillnaden mellan de gula kulornas relativa frekvenser?
Räkna ut skillnaden för de andra färgerna också.
- 2) Jämför stickprov 1 och 2 med ert sammanlagda stickprov med 50 observationer.
 - a) Ser ni några skillnader?
Vad kan dessa bero på?
 - b) Hur många kulor tror ni att det finns av varje färg i flaskan?
Varför det?

Helklassdiskussion

När alla grupper genomfört minst två stickprov samlas ni kring en gemensam uppföljning och helklassdiskussion. Diskussionen har tre lärandemål:

- 1) Att förstå skillnaden mellan absoluta frekvenser och relativa frekvenser.
- 2) Att erfara de stora talens lag: att vi får en bättre och säkrare modell ju fler observationer vi gör.
- 3) Att kunna resonera om ett dolt utfallsrum utifrån en experimentell sannolikhetsfördelning och att omvandla relativa frekvenserna till absoluta antal.

Sammanställ elevernas resultat så att alla kan se dem. Börja med att titta på resultaten för endast en färg, exempelvis gul. Jämför resultat av små stickprov (25 observationer), med medelstora stickprov (50 observationer), med större stickprov (addera två gruppers resultat till 100 observationer) och slutligen med hela klassens samlade resultat. Beräkna gemensamt den relativa frekvensen för gul i alla de fyra fallen.

Intressanta frågor att diskutera är exempelvis:

- a) Hur förändras den absoluta frekvensen av gul när vi gör större stickprov?
(ökar hela tiden)
- b) Hur förändras den relativa frekvensen av gul när vi gör större stickprov?
(ganska lika, stabiliserar kring ett värde som är den experimentella sannolikheten)
- c) Hur många gula tror ni att det kommer att finnas i flaskan?
- d) Hur många observationer skulle vi behöva göra för att vara alldeles säkra?

Undvik gärna att öppna flaskan. Om eleverna inte känner sig tillfreds med att kunna lita på att de verkligen kommit fram till rätt fördelning får de uppmanas att göra ännu fler observationer tills de känner att de litar på resultatet. Dra sedan paralleller till andra undersökningar där man är helt beroende av experimentell sannolikhet eftersom det inte går att "öppna flaskan". Exempel på sådana undersökningar är valundersökningar eller opinionsmätningar där man förlitar sig på ett stickprov istället för att fråga alla eftersom det är för många att fråga. Den typen av undersökningar återkommer vi till i del 7 i den här modulen, då vi bearbetar begreppen stickprov och totalundersökning. Ibland är utfallsrummet också helt dolt, till exempel när vi undersöker rymden som är för stor eller atomer som är för små för att vi ska kunna se dem. Då samlar vi data och gör beräkningar som bygger på samma principer som experimentet med flaskan. När vi gjort tillräckligt många stickprov konstruerar vi en experimentell sannolikhetsmodell som vi håller för sann tills den överbevisas.

Matematiska begrepp som är centrala i den här aktiviteten

Dolt utfallsrum – här utgörs utfallsrummet av alla de olika kulorna i flaskan som kan ramla ner i flaskhalsen när vi vänder den. Är det 10 kulor så finns det 10 olika utfall. Att utfallsrummet är dolt innebär att jag inte kan göra en teoretisk modell utan måste förlita mig på en experimentell modell.

Händelse – här undersöker vi de tre händelserna "gul", "blå" och "röd" som utgörs av att en kula av respektive färg faller ner i flaskhalsen vid vändning.

Slump – vi kallar en händelse som vi inte kan förutsäga för slumpmässig. Den är slumpmässig även om vi kan avgöra att händelsen har större eller mindre sannolikhet än en annan händelse. Vi kanske kan förutsäga sannolikheten för händelsen men inte vad som faktiskt kommer att hända.

Sannolikhet – ett mått på hur troligt det är att en viss händelse inträffar. Mer vardagligt uttryckt som hur stor chans eller risk det är att det inträffar. Uttrycks som ett tal mellan 0 och 1 eller i procent.

Absolut frekvens – antal utfall av en viss händelse.

Relativ frekvens – andelen utfall av en viss händelse och även ett mått på den experimentella sannolikheten.

Stickprov – det antal observationer jag väljer att göra.