

Undervisa matematik på yrkesprogram

Denna modul riktar sig till er lärare som undervisar elever i matematik på yrkesprogram. Att undervisa matematik på yrkesprogram skiljer sig från att undervisa på högskoleförberedande program på grund av relationen till yrkesämnet. I och med Gy 11 har matematiken fått tydligare kopplingar till yrkeslivet då den ska fungera som redskap för eleverna i deras yrkesutbildning.

Modulen har sin utgångspunkt i forskning och är uppbyggd av åtta olika delar som studeras i tur och ordning.

1. Matematikundervisning på yrkesprogram
2. Arbeta med elevers inställning till matematik
3. Yrkesmatematik
4. Kommunikation och visualisering
5. Modellering och problemlösning
6. Digitala verktyg och interaktion
7. Språk och matematik
8. Samverkan och reflektion

Ansvariga för modulen

Linköpings universitet i samarbete med Umeå universitet.

Del 1. Matematikundervisning på yrkesprogram

Den här delen handlar om didaktiska frågor som rör matematikundervisning på yrkesprogram samt en diskussion om konstruktion av matematikuppgifter för yrkeselever.

Delen har två mål. Det första är att ni ska fördjupa era kunskaper om faktorer som påverkar matematikinlärning på yrkesprogram och hur ni kan arbeta med dessa faktorer. Det andra målet är att fördjupa era kunskaper om att konstruera infärgade uppgifter, som kan användas i matematikundervisningen.

Del 1: Moment A – Individuell förberedelse

Se film

Börja med att se filmen "Grisar hjälper elever att räkna rätt", som handlar om hur man kan arbeta med infärgning utanför klassrummet. Filmen är ett nyhetsinslag från en lokal TV kanal, 24 Corren.

Reflektera över följande: arbetssätt, motivering av elever, verktyg, problemlösning och samverkan.

Läs

Texten "Matematik på yrkesprogram - ur ett didaktiskt perspektiv" diskuterar syfte, innehåll och organisering av undervisningen på yrkesprogram. I texten "Att konstruera matematikuppgifter på yrkesprogram" beskrivs ett ramverk över kriterier för konstruktion av en "autentisk" matematikuppgift. Dessa kriterier har vi omarbetat till en checklista som ni kan använda som stöd för att konstruera infärgade uppgifter, vilket ni kommer att göra i flera av modulens delar.

När du läser texterna reflektera över följande:

- Syfte, innehåll och utformning av din matematikundervisning i relation till de yrkesprogram du undervisar på och i relation till ämnesplanen för matematik.
- Hur du kan använda checklistan för konstruktion av yrkesrelaterade matematikuppgifter för de program som du undervisar på.
- Hur du kan genomföra infärgade uppgifter i och utanför klassrummet och vilka didaktiska vinster det finns med dessa olika typer av infärgning.

Skriv ner dessa och andra reflektioner du gör.

Analysera uppgifter

Under rutan "Se även" finns dokumentet Uppgiftsbanken med infärgade uppgifter som i olika grad uppfyller kriterierna i checklistan. Även Checklistan finns i en förkortade version, under samma flik.

Analysera två av uppgifterna, utifrån kriterierna i checklistan.

- På vilket sätt uppfyller uppgifterna checklistans kriterier?
- Är det något kriterium som inte uppfylls?
- Fundera på hur du skulle kunna förändra uppgifterna så att de uppfyller fler kriterier.

Skriv ner dina reflektioner och ta med anteckningarna till den gemensamma träffen i moment B.

Material

Material

Matematik på yrkesprogram – ur ett didaktiskt perspektiv

K. Muhrman och A. L.V. Lundberg

Att konstruera matematikuppgifter på yrkesprogram

K. Muhrman och A. L.V. Lundberg

Grisar hjälper elever att räkna rätt

24 Corren

<https://www.youtube.com/watch?v=SW28dktAdSI>

Filformatet kan inte skrivas ut

Matematik på yrkesprogram – ur ett didaktiskt perspektiv

Karolina Muhrman och Anna L. V. Lundberg, Linköpings universitet.

Sedan 1990 - talet läser alla elever som går i den svenska gymnasieskolan minst 100 poäng matematik under sin gymnasieutbildning oavsett om det handlar om en yrkesutbildning eller en studieförberedande utbildning. Att det sedan 1990 - talet är obligatoriskt för yrkes elever att läsa matematik, tyder på att det anses viktigt med matematikkunskaper. För fördjupning om utvecklingen av matematik på yrkesprogram se fördjupningsmaterial: Matematik i yrkesutbildning – en historisk överblick. Varför är det då viktigt med goda matematikkunskaper för yrkes elever och hur kan matematikundervisningen på yrkesprogram organiseras så att eleverna får goda matematikkunskaper? Vad behöver eleverna lära sig och vilket syfte har matematikundervisningen? Dessa frågor är centrala för matematikundervisningen på yrkesprogram och är något som kan behöva diskuteras, delvis på grund av ämnesplanernas utformning för matematikämnet, men främst för att många branscher idag kräver goda matematikkunskaper. Frågorna ovan benämns ibland som didaktiska frågor. I denna text diskuteras matematikundervisning på yrkesprogram med utgångspunkt i didaktiska frågor som rör matematikundervisningens syfte, innehåll och organisering.

Innehållet i texten är delvis hämtat från Muhrman (2016) doktorsavhandling.

De didaktiska grundfrågorna

Hur begreppet didaktik definieras skiljer sig något åt i litteraturen. Didaktik har av Jank och Meyer sammanfattas i definition 1.1 ”Didaktik = Undervisningens och inlärnings teori och praktik”(Jank & Meyer, 1997 s.18). Ett annat vanligt sätt att definiera didaktik är att utgå från någon variant av den *didaktiska triangeln*. Denna visar på ett enkelt sätt det samband som finns mellan de didaktiska frågorna eller förmedlandet av kunskapsinnehållet mellan lärare och elev.



Fig. 1. Två varianter av den didaktiska triangeln som ofta förekommer i litteratur där didaktik berörs. Se t.ex Hopmann, 2000 (Fig. hämtad från Muhrman 2016)

De didaktiska triangelarna kan tolkas som att det finns ett samband mellan såväl innehåll (*vad*), metod (*hur*) och syfte (*varför*) som mellan innehåll, lärare och elev. Sambanden i den didaktiska triangeln beskrivs av Klafki (1997) genom några centrala frågor som han anser

att en lärare behöver fundera över innan varje lektion. Den första frågan, *vad*, handlar om innehållet och att läraren har tänkt igenom vilket kunskapsområde eller sammanhang som ska presenteras. För att besvara den andra frågan *hur* behöver läraren fundera över innehålllets organisering. Läraren behöver fundera över hur det kan kopplas till olika situationer, sammanhang och människor för att det ska bli intressant och lättillgängligt för eleverna. Klafki hävdar att också sociala interaktioner behöver belysas eftersom undervisning är en process mellan lärare och elev likväl som mellan elev och elev med sociala interaktioner som påverkar undervisningens utfall. Sociala interaktioner berörs i del 2. För att besvara den tredje frågan *varför* måste läraren fundera över syftet med undervisningen. Det klargör vilken betydelse innehållet har för eleverna i ett yrkes-, kunskaps-, skol- och vardagssammanhang, nu och i framtiden.

De didaktiska frågorna är lika centrala vid utformningen av en läroplan som vid tolkningen av denna i samband med lektionsplanering. Frågorna är också centrala när lärarens ämneskunskaper ska omvandlas till ett lektionsinnehåll. Läraren är bärare av ämneskunskapen, men det är inte ämneskunskapen i sig som ska möta eleven, utan en tillämpning av denna anpassad till undervisningssituationen (Klafki, 1997). I skolan läses inte matematik på samma sätt som på universitetet när man skaffar sig ämneskompetens. I skolämnet matematik finns dessutom ett syfte bortom själva ämnet som är en relation till vardags-, samhälls-, och yrkesliv. I ämnesplanen för Matematik 1a är detta väl synligt då kursens innehåll har en tydlig yrkesinriktning (se tabell 1). Lärare kan därför behöva använda andra didaktiska redskap när de undervisar matematik i skolan än de själva mötte i den egna universitetsutbildningen.

Matematiken syfte – varför yrkeselever lär sig matematik

Det finns en rad olika syften med att lära sig matematik. Enligt ämnesplanen är undervisningens syfte att eleverna ska lära sig att arbeta matematiskt. Det innefattar bland annat att lära sig strategier för att kunna använda matematiken i vardags- och yrkeslivet. Många yrken har under de senaste årtiondena genomgått så stora förändringar att det inte längre räcker med praktiska kunskaper för att klara alla förkommande arbetsuppgifter. Flera studier visar att för många yrken kan kunskaper i matematik i dag vara minst lika viktiga som de praktiska yrkeskunskaperna (jfr t.ex. Berner, 2010; Muhrmann, 2016). Matematikens centrala roll inom många yrken gör goda matematikkunskaper till något av vikt för elevernas framtida yrkeskarriär och ur ett vidare samhällsperspektiv kan goda matematikkunskaper hos yrkeselever vara en stor tillgång för näringslivet. Till exempel visar FitzSimons (2001) i en studie om matematikens betydelse för lärande på arbetsplatsen, att matematikkunskaper hos yrkeselever bland annat är viktiga för att stödja den tekniska utvecklingen.

För att utveckla goda matematikkunskaper behöver eleverna förstå syftet med att läsa matematik. Skolverkets analys av gymnasieskolan efter reformen på 1990-talet visade att många elever på yrkesprogram hade svårt att nå målen i matematik och andra kärnämnen. Eleverna upplevde undervisningen som abstrakt och teoretisk. De kunde inte se någon mening med att läsa dessa ämnen, eftersom de inte kunde förstå på vilket sätt de skulle bidra till yrkeskompetens i det yrke de utbildade sig till (SOU 2008:7). I Lgy11 har man

försökt komma tillrätta med dessa problem, bland annat genom att lyfta fram de matematikkunskaper, som är relevanta för elevernas studieinriktning. I ämnesplanen för matematik anges sju mål för matematikundervisningen, som översätts till sju förmågor. Läs mer i modulen: *Att undervisa matematik utifrån förmågorna*. En av förmågorna är relevansförmågan. Den innebär förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang, t.ex. yrken, andra ämnen eller vardagslivet (se Skolverket, 2011). I Lgy11 är relevansförmågan särskilt tydlig i Matematik 1a vilket märks både i kursens kunskapskrav, som skiljer sig något mot de övriga matematikkurserna, och i kursens centrala innehåll där olika beräkningar som förekommer i elevernas yrkesinriktning lyfts fram. I *kunskapskraven* som visas nedan syns betoningen på detta genom att elevernas ska kunna lösa matematiska problem som förekommer inom karaktärsämnena och att de ska kunna använda sig av praxisnära verktyg när de löser dessa problem. Det rödmarkerade skiljer kunskapskraven för Matematik 1a jämfört med de andra kurserna.

- Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer, upptäcker misstag och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala och andra praxisnära verktyg.
- Eleven kan formulera, analysera och lösa praxisnära matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om lämpliga delar av problemsituationer i karaktärsämnena till matematiska formuleringar genom att **informellt** tillämpa **givna** matematiska modeller.

(Skolverket, 2011 s.93).

I tabellen nedan visas också de delar av det *centrala innehållet* i Matematik 1a som har en tydlig koppling till elevernas yrkesinriktning.

Tabell 1: I tabellen nedan visas de delar av det centrala innehållet i Matematik 1a som är relaterade till elevernas yrkesinriktning. (Hämtad från Muhrman, 2016 och Skolverket, 2011)

Taluppfattning, aritmetik och algebra	Geometri	Sannolikhet och statistik	Problemlösning
Metoder för beräkningar med reella tal skrivna på olika former inom vardagslivet och karaktärsämnena, inklusive överslagsräkning, huvudräkning och uppskattning samt strategier för att använda digitala verktyg. Strategier för att använda hjälpmedel från karaktärsämnena, till exempel formuler, mallar, tumregler, föreskrifter, manualer och handböcker. Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnena relevanta formler samt metoder för att lösa linjära ekvationer.	Egenskaper hos och representationer av geometriska objekt, till exempel ritningar, praktiska konstruktioner Geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov Metoder för mätning och beräkning av storheter som är centrala för karaktärsämnena. Enheter, enhetsbyten och behandling av måttetal som är centrala för karaktärsämnena samt hur man avrundar på ett för karaktärsämnena relevant sätt.	Beskrivande statistik med hjälp av kalkylprogram samt granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och i yrkeslivet.	Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer. Matematiska problem av betydelse för privat ekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.

(Skolverket, 2011)

Att Matematik 1a till stor del är riktad mot elevernas yrkesinriktning kan ställa matematiklärare inför nya didaktiska utmaningar. För att eleverna på matematiklektionerna bland annat ska kunna lära sig strategier för att använda hjälpmedel från karaktärsämnena, t.ex. mallar, manualer och tumregler, behöver lärarna kunskap om tillämpningar inom elevernas yrkesinriktningar. Man behöver kanske också veta i vilka sammanhang matematiken används i yrket, för att kunna förklara för eleverna varför de ska lära sig dessa beräkningar. Alla matematiklärare har inte förkunskaper om elevernas yrkesinriktning och behöver därför få denna information för att kunna arbeta med matematikundervisningens utformning på yrkesprogram. För att underlätta arbetet behövs oftast samarbete mellan matematiklärare och yrkeslärare.

Ämnesplanen för Matematik 1a kan innebära en didaktisk utmaning för lärarna, men den innebär också stora möjligheter för matematikundervisningen. Att undervisa yrkeselever i matematik ger möjligheter till en varierad och innehållsrik undervisning. Yrkeslivet innebär ett brett spektrum av tillämpningar, vilket ger yrkesutbildningar större möjligheter att visa konkreta användningar av matematiken än vad som är möjligt i till exempel grundskolan (Strässer, 2006).

Matematikens innehåll – Vilka matematikkunskaper behöver yrkeselever för sitt yrke?

Vad som anses vara ett legitimt innehåll i undervisningen beror enligt Dahlgren (1990) delvis på vad omgivningen har för krav på elevernas förmåga efter slutförd utbildning. Det här kan ses som att matematikundervisningens innehåll styrs av vad det är för matematikkunskaper som samhället och dess individer anses ha behov av. Dahlgren beskriver *formella*- och *funktionella* krav på den kunskap som en utbildning förväntas ge. *Formella* krav handlar om att något ska göras på ett helt korrekt sätt, som att böja verb helt korrekt inom ett språk eller att använda sig av formler på ett helt korrekt sätt inom matematiken. Ur en *funktionell* synvinkel går det att göra sig förstådd på ett språk även om man gör mindre grammatiska fel och det går att lösa matematiska problem även om man inte använder en ”helt korrekt” lösningsmetod. I vissa ämnen förs en debatt om de formella respektive funktionella kravens legitimitet vad gäller de färdigheter, som elever behöver utveckla. Dahlgren hävdar att kraven inte bör ställas mot varandra. Båda färdigheterna behövs och därför måste skolan säkerställa att eleverna utvecklar såväl formella som funktionella färdigheter under sin utbildning. Även om yrkeselever utbildas till ett specifikt yrke måste de få möjlighet att välja andra vägar i livet och då behöver de formella matematikkunskaper som kan användas i olika sammanhang.

Den formella skolmatematiken är känd för varje matematiklärare, men flera studier visar att det ofta är stora skillnader mellan den och den funktionella användningen av matematiken i yrkeslivet (t.ex. Pozzy, Noss & Hoyles, 1998). Bland annat använder yrkesverksamma andra metoder för att lösa matematiska problem än de som används i skolmatematiken. Till exempel arbetar man mycket med huvudräkning med flera variabler och yrkesspecifika formler och tabeller. Matematiken som används inom många yrken är av en grundläggande karaktär. Men, den används ofta till att lösa komplexa problem, där beräkningarna inte får bli fel. Förmågan att rimlighetsbedöma framhålls därför som mycket viktig. Enligt Fooreman och Steen (1995) bygger den yrkesrelaterade matematiken på ”avancerade applikationer av grundläggande matematik snarare än på enkla applikationer av avancerad matematik ” (s.227). I del 3 fördjupas området matematik i yrkeslivet.

Eftersom det finns en stor variation inom och mellan yrken gällande vilka matematikkunskaper som används och hur de tillämpas, är det omöjligt att exakt bestämma vilka matematikkunskaper yrkeselever behöver i sitt yrke.. Enligt Pozzy m.fl. (1998) är det viktigaste att matematiken sätts in i ett sammanhang för att dess innehåll och tillämpningar ska bli så synliga som möjligt.

Att undervisa matematik på yrkesprogram

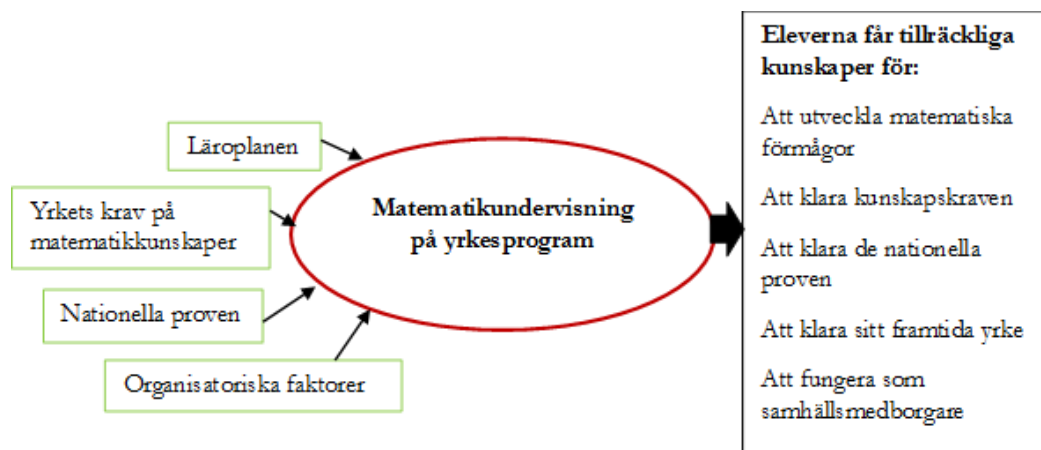
Matematik är ett ämne som av tradition är väldigt kontextbundet till matematikboken. Johansson (2003) visar i en studie att trots att läroböckerna tydligt hänger samman med förändringar i läroplanen, så finns det delar av läroplanen som knappast eller inte alls tas upp i läroböckerna. För kursen Matematik 1a finns det för närvarande få läroböcker som innehåller specifika yrkesrelaterade uppgifter i någon större utsträckning. Eftersom innehållet i Matematik 1a har en yrkesrelaterad inriktning i sitt centrala innehåll kan det innebära att de lärare som helt förlitar sig på en matematikbok riskerar att missa delar av kursens centrala innehåll.

Ett möjligt arbetssätt för att följa ämnesplanen för Matematik 1a kan vara att arbeta med infärgning. Hur begreppet infärgning definieras skiljer sig åt i olika sammanhang. I denna text menas med infärgning en samverkan mellan matematikämnet och yrkesämnen där delar från programmets yrkesämnen integreras i programmets matematikkurser eller tvärtom. Infärgning knyter alltså på olika sätt matematiken till det yrke eleverna utbildas till, det kan ske genom språket, kontexten eller material och verktyg som används i yrkeslivet. Infärgade matematikuppgifter kan vara utformade på ett likande sätt som uppgifterna i matematikboken, men de kanske beskriver en yrkeskontext och innehåller termer och/eller formler som är relevanta för yrkeslivet. Infärgade matematikuppgifter kan också handla om att man går ut i en yrkeskontext och utför beräkningar som förekommer i denna. En annan möjlighet är att man tar med sig material eller verktyg som används i yrkeskontexten till matematikklassrummet och där arbetar med beräkningar där dessa verktyg används.

Enligt Skolinspektionen synliggör ett infärgat arbetssätt för eleverna att matematikkunskaper behövs i arbetslivet. När eleverna ser behovet av fler kunskaper inom sitt yrkesområde än de rent praktiska, leder det till att de får bättre sammanhang i sin utbildning (Skolinspektionen, 2010). För att öka elevernas motivation för kärnämnen har flera studier gjorts för att kartlägga vad som krävs för att ett infärgat eller ämnesintegrerat arbetssätt ska fungera (t.ex. Rudhe, 1996; Lindberg, 2011). Enligt dessa är en avgörande faktor för ett framgångsrikt infärgat arbetssätt på yrkesprogram, att det finns en god kommunikation mellan kärnämnes- och yrkeslärare. Eleverna behöver uppleva att lärarna är överens om målen för utbildningen. Även goda organisatoriska förutsättningar behövs, t.ex. tid för planering och möten och väl genomtänkta gruppsammansättningar. De nationella proven har också visat sig påverka i vilken grad ett infärgat arbetssätt används. Lärare känner ibland en tvekan till ett infärgat arbetssätt, eftersom ett sådant innebär att uppgifterna har en annan karaktär än de som vanligen förekommer på de nationella proven. De ser en risk att elevernas resultat på nationella proven skulle kunna försämrats (se t.ex. Muhrman, 2016). Det är därför viktigt att uppmärksamma att de nationella proven för Matematik 1a inte mäter alla kursens kunskapskrav. För att kunna mäta alla kunskapskrav håller PRIM gruppen på uppdrag av Skolverket på att utveckla ett bedömningsstöd med uppgifter till gymnasieskolans olika yrkesprogram, som kan användas som ett komplement till de nationella proven. Se

<https://bp.skolverket.se/>

Som beskrivits ovan finns det en rad olika faktorer som styr och på olika sätt påverkar matematikundervisningens utformning på yrkesprogram. Dessa behöver lyftas fram och diskuteras i de kollegiala samtalen, så att lärarna får möjlighet att lära av och med varandra. I figuren nedan visas en skiss över några av de faktorer som är betydande för matematikundervisningen på yrkesprogram.



Figur 2. Den didaktiska utmaningen för matematikundervisning på yrkesprogram. Lärare på yrkesprogram styrs av läroplanen, de nationella proven samt yrkets krav på matematikkunskaper. Undervisningens utformning påverkas också av en rad organisatoriska faktorer som tidfördelning och grupp-sammansättningar. (Figur hämtad från Muhrman, 2016)

Genom ett varierat arbetssätt som både innefattar arbete med infärgade och med mer generella uppgifter till exempel i en matematikbok, borde man kunna täcka in alla kursmålen för Matematik 1a och samtidigt ge eleverna förutsättningar att klara yrkets beräkningar. Som nämnts ovan behöver eleverna både kontextbundna matematikkunskaper för sitt framtida yrke och generella matematikkunskaper för kunna ändra riktning senare i yrkeslivet. Enligt en överenskommelse mellan en rad länder i Europa (Bryggekommunikén, 2010) ska länderna sträva efter ett utbildningssystem som ger goda möjligheter att flera gånger i livet ändra yrkesinriktning. Det kan försvåras om man endast undervisar starkt kontextbunden matematik på yrkesprogrammen. Samtidigt är det viktigt för arbetsmarknaden att vi har yrkesarbete med rätt och tillräcklig kompetens för yrket.

Referenser

Berner, B. (2010). Crossing boundaries and maintaining differences between school and industry: forms of boundary-work in Swedish vocational education. *Journal of Education and Work*, 23(1), 27-42

Bryggekommunikén. (2010). *Bryggekommunikén om ett närmare europeiskt samarbete i fråga om yrkesutbildning för perioden 2011-2020*.

Tillgänglig:

http://ec.europa.eu/education/lifelong-learning-policy/doc/vocational/bruges_sv.pdf

Dahlgren, L.O. (1990). Undervisningen och det meningsfulla lärandet. Linköping: Lärarutbildningen, Linköpings Universitet.

FitzSimons, G. E. (2001). Is there a role for mathematical disciplinarity in productive Learning for the workplace?. *Studies in Continuing Education*, 23(2), 261-276.

Foreman, S.L & Steen L.A. (1995). Mathematics for work and life. In I.M Carl (Ed.). *Perspectives for school mathematics: Seventy five years progress* (219-241). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Hedin, A & Svensson, L. (2011). Nycklar till kunskap. Om motivation, handling och förståelse i vuxenutbildning. Lund: Studentlitteratur.

Hellsten, J.O & Pérez P. H. (1998). *Gymnasieskola för alla andra: En studie om marginalisering och utslagning i gymnasieskolan*. Stockholm: Skolverket.

Hopmann, S. (2000). Wolfgang Klafki och den tyska didaktiken. I M. Uljens (Red), *Didaktik - teori, reflektion och praktik*. Lund: Studentlitteratur.

Jank, W., & Meyer, H. (1997). Nyttan av kunskaper i didaktisk teori + sambandet mellan didaktisk teorikunskap och handlingskompetens. I M. Uljens (Red), *Didaktik - teori, reflektion och praktik*. Lund: Studentlitteratur.

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. Licentiatavhandling, Luleå: Luleå tekniska universitet

Klafki, W. (1997) *Kritisk-konstruktiv didaktik*. I Uljens, M. (red) *Didaktik - teori, reflektion och praktik*. Lund: Studentlitteratur

Lindberg, L. (2010). *Matematiken i yrkesutbildningen-möjligheter och begränsningar*. Licentiatavhandling. Luleå: Institutionen för matematik.

Löwing, M & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur

Muhrman, K. (2016). *Inget klöver utan matematik: en studie av matematik i yrkesutbildning och yrkeslivet*. Doktorsavhandling. Linköpings universitet: Institutionen för beteendevetenskap och lärande.

Pozzy, R; Noss, R & Hoyles, C. (1998). Tools in practice, Mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics*. 36, 125-132

SOU 228:7. *Framtidsvägen - en reformerad gymnasieskola*. Stockholm: Fritzes offentliga publikationer.

Rudhe, I & Skolverket. (1996). *Ur nöd i lust* Västervik: AB CO Ekblad & Co

Skolinspektionen. (2010:13). *Undervisning i matematik i gymnasieskolan*. Stockholm.

Skolverket. (2000). *Reformeringen av gymnasieskolan - en sammanfattande analys*. Rapport nr 187. Stockholm: Fritzes

Skolverket. (2011). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Stockholm: Fritzes

Strässer, R. (2007). Didactics of mathematics: more than mathematics and school! *ZDM* 39 (1-2), 165-171

Att konstruera matematikuppgifter på yrkesprogram

Anna L. V. Lundberg, Karolina Muhrman, Linköpings universitet

Uppgifter har en central roll inom matematikundervisning, och eftersom utbudet av yrkesrelaterade uppgifter är begränsat är det viktigt för matematiklärare på yrkesprogram att kunna skapa nya sådana uppgifter.

Elevers förväntningar på uppgifter

Verschaffel, Greer och De Corte (2000) har sammanställt en lista på de förväntningar elever har på matematikuppgifter inom skolmatematik:

- Samtliga matematikuppgifter i läromedlet eller uppgifter som läraren presenterar är lösbara och rimliga. Ställ inte några frågor om innehåll utan acceptera uppgiften som korrekt, fullständig och meningsfull.
- För att lösa uppgiften används begrepp, formler och algoritmer från matematik som finns tillgängligt i läromedlet eller från matematiklektionen. Uppgiften innehåller all information som behövs för att lösa uppgiften.
- Den slutliga lösningen på matematikuppgiften, men även mellanled innehåller rena siffror till exempel heltal. Svaret är numeriskt och exakt.

Ovanstående förväntningar från elever kan vid implementering av egenkonstruerade uppgifter medföra att konflikter kan uppstå, när elever möter uppgifter som inte överensstämmer med deras förväntningar.

Greer, Verschaffel, Van Dooren och Mukhopadhyay (2009) beskriver att elever löser skoluppgifter på ett egendomligt och stereotypiskt sätt utan att relatera till det som refereras till i texten. Ett klassiskt exempel, som har använts i många varianter, är nedanstående uppgift.

Uppgift: *Det finns det 26 får och 10 getter på ett skepp. Hur gammal är kaptenen?*

När Bransford and Stein (1993) ställde frågan hade alla elever ett svar på den omöjliga uppgiften. Orsaken kan sökas i ovanstående lista över förväntningar. Eleverna tolkade in olika faktorer från sina matematikerfarenheter och försökte skapa en mening med de fakta, som fanns i uppgiften. På frågan hur de fick fram sitt svar svarade eleverna att denna sorts uppgifter i regel löses med addition eller subtraktion och att addition ($26+10=36$) var det som föreföll passa bäst här.

Matematikuppgifter innehåller en dold beräkningsmodell. Säljö, Riesbeck, and Wyndhamn (2009) har visat att läraren behöver förklara för eleven hur en utvärdering av beräknings-

modellen och en reflektion kring den kan göras. De visar även att eleven, utan lärarens stöd, inte kan avgöra vilket resonemang som leder till en lösning av uppgiften.

Checklista

Palm (2009) har arbetat fram ett ramverk över kriterier för konstruktion av en "autentisk" matematikuppgift. Vi har omarbetat kriterierna i en lista så att de kan användas som checklista för konstruktion av matematikuppgifter för yrkesprogram.

A. Händelse

Den händelse, som beskrivs i uppgiften, motsvarar en realistisk händelse i arbetslivet, vilken eleverna troligen kommer att ställas inför.

B. Fråga

Frågan i uppgiften ska vara relevant och naturligt förekommande i yrket, den ska behandla ett verkligt behov inom yrket.

C. Information/data

Uppgiften innehåller specificerad information och faktiska data som inkluderar värden, beräkningsmodeller och givna förhållanden från det aktuella yrkesområdet. Vissa matematikuppgifter blir komplicerade, när de beskrivs med ord och figurer. Eleverna kan då lättare förstå sådana uppgifter, om de får uppleva dem i sin yrkesmiljö.

D. Presentation

Presentationen av uppgiften är helt avgörande för eleverna. En del elever har svårt att tyda skriven text och då fungerar muntlig presentation bättre. Använd tabeller och listor som används på yrkesprogrammen. Uppgifter i arbetslivet har en annan stil än de uppgifter som används på matematiklektioner. Om många nya begrepp förekommer kan en ordlista med nyckelbegrepp hjälpa eleven att lösa uppgiften.

E. Lösningsstrategier

De flesta problem kan lösas på flera olika sätt och Palm har delat upp Lösningsstrategier i två delar. Den första delen ställer frågan: "Vilka tillgängliga Lösningsstrategier har eleven och hur stämmer de överens med dem, som finns inom respektive yrkesliv?". För att eleven ska kunna lösa uppgiften måste Lösningsstrategin överensstämma med den strategi, som används i yrkeslivet. Den andra delen tar upp frågan hur eleven upplever rimligheten i att använda en viss Lösningsstrategi. Om läromedlet förordar en viss metod kan det leda till att eleven inte använder den metod, som används i yrkeslivet för att lösa problemet.

F. Omständigheter

För att uppgiften ska vara trovärdig bör den kunna lösas med samma hjälpmedel som används i yrkeslivet. Det kan till exempel medföra att man använder samma programvara som i yrkeslivet. I läromedel finns det ibland tipsrutor, men det gör det sällan i yrkeslivet. I yrkeslivet löses oftast uppgifter under tidspress och i samverkan med kollegor. Skoluppgifter kan konstrueras med deadline och samma krav på samarbete och konsultation av lösningar och resultat som överensstämmer med yrket. Palm tar även upp konsekvens. I verkliga

situationer utanför skolan kan konsekvensen av en felräkning bli ödesdiger, men i skolan blir konsekvensen oftast mindre allvarlig. Det är önskvärt att minska den skillnaden så det finns en överensstämmelse mellan skola och yrkesliv. Ett exempel skulle kunna vara följande uppgift:

”Sofie ställer alla 4 plattorna på spisen på värmenivå 6, Oskar stänger sedan av hälften av plattorna. Hur många plattor är påslagna?”

Matematikuppgiften i skolan kan vara att lösa problemet genom division, $4/2=2$. I verkligheten utanför skolan är den dock mer smärtsamma lösningen att vänta och sedan känna på plattorna för att undersöka vilka, som är varma, eftersom det är viktigare att veta *vilka* än hur *många* plattor, som är påslagna.

G. Krav på metod och svar

I denna kategori betraktas både lösningsmetoden och svaret. I uppgiften kan fraser (t.ex. ”Skriv en ekvation”) i texten föreskriva hur eleven ska lösa en uppgift och förhindra att eleven löser uppgiften som en uppgift i yrkeslivet. Svaret på en uppgift i yrkeslivet kräver ofta en rimlighetsbedömning med en diskussion av faktorer, som påverkar och vilka felkällor, som bör beaktas.

H. Syftet i den figurativa kontexten

Beräkningsmodellen som används i uppgiften kan ibland ha flera möjliga svar med olika metoder beroende på vilket syfte som uppgiften har. Om syftet med uppgiften skrivs fram och formuleras tydligt underlättar det för eleven att lösa uppgiften som en uppgift i yrkeslivet. På grund av olika standarder kan det också vara efterfrågat att använda en viss exakt beräkningsmetod, den kan då skrivas fram som en speciell lösningsmodell i uppgiften till eleverna.

Använda checklistan

Exempel

På ett bageri ser du en 20 cm lång cylinderformad rulltårta. Ett tvärsnitt rakt genom rulltårtan producerar en cirkelskiva med diametern 7 cm. Tidpunkterna, då rulltårtorna sålts slut för dagen, har veckomedelvärdet kl 17:30 med standardavvikelsen 15 minuter.

a) Vilken volym har rulltårtan?

b) Hur stor är sannolikheten för att sälja slut på alla rulltårtorna före kl. 18:00, då bageriet stänger?

A. Händelse

Händelsen som beskrivs i exemplet motsvarar inte en realistisk händelse i arbetslivet. Det är mindre troligt att eleverna i yrket kommer beräkna veckomedelvärde och standardavvikelse på försäljning av rulltårtor.

B. Fråga

I exemplet är fråga a) av mindre intresse i arbetslivet. Däremot är fråga b) intressant att besvara, eftersom en bagare kan vilja bedöma risken för att alla rulltårtorna blir slutsålda före stängningsdags.

C. Information/data

Exemplet visar att det är viktigt att skilja mellan den verkliga situationen och den matematiska modellen av den. Det finns två problem med exemplet:

- Tårtorna är inte exakta cirkulära cylindrar dessutom har de inte samma diameter och längd.
- Om man bara känner veckomedelvärdet är risken för slutförsäljning oberoende av veckodag.

D. Presentation

Presentationen av exemplet hade kunnat kompletteras med tabeller och listor som används på yrkesprogrammet.

E. Lösningsstrategier

Det är önskvärt att konsekvensbeskrivning och rimlighetsbedömning av svaren och metoden ingår i uppgiften. Syftet med att beräkna volymen på rulltårtan saknas och det framgår inte varför volymen är intressant, eftersom nästa fråga behandlar sannolikhet.

F. Omständigheter

För att konstruera en bättre matematisk modell kan eleven besöka ett bageri och med hjälp av egna mätningar få mer realistiska data.

G. Krav på metod och svar

Kraven på metod och svar är inte tydliga i b)-uppgiften vilket kan öppna upp för en viss frihet att lösa den eftersom eleven behöver göra egna antaganden och även kan bortse från vissa förutsättningar.

För ytterligare stöd för formulering av frågor i matematikuppgifter rekommenderas texten från en annan modul, *”Bedömning för lärande och undervisning i matematik”*. Där finns i del 2 texten *”Uppgiftens potential”*, som behandlar utformningen av uppgifter, kontextens betydelse och uppgifters olika öppenhetsgrad. Även i modulen *”Undervisa matematik utifrån problemlösning”*, Del 1, *”Matematiska problem och problemlösning”* finns tre texter, som kan ge stöd.

Referenslitteratur

- Bransford, J., & Stein, B. (1993). *The IDEAL problem solver* (2 ed.). New York: Freeman.
- Greer, B., Verschaffel, L., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (2009). Introduction, Making Sense of Word problems: Past, Present and Future. In B. Greer, L. Verschaffel, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds : modelling verbal descriptions of situations* (Vol. 16, pp. 362). Rotterdam ; Boston: Sense.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds, modelling verbal descriptions of situations* (Vol. 16, pp. 3-20). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Säljö, R., Riesbeck, E., & Wyndham, J. (2009). Learning to model: coordinating natural language and mathematical operations when solving word problems. In L. Verschaffel, B. Greer, D. W. Van & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Word and worlds, modelling verbal descriptions of situations* (Vol. 16, pp. 177-193). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Del 1: Moment B – kollegialt arbete

Diskutera

- Vilka olika syften finns det med att yrkeselever lär sig matematik?
- Vad har er matematikundervisning för innehåll i relation till dessa syften?
- Hur arbetar ni för att relatera innehållet i matematikundervisningen till yrkeselevernars inriktning?
- I den första texten tas infärgning upp som ett möjligt arbetssätt för att bland annat öka matematikens relevans. Vilka andra pedagogiska vinster ger ett infärgat arbetssätt?
- Redogör för era tankar utifrån den analys av matematikuppgifter som ni gjort.
 - Uppfyller uppgifterna kriterierna i checklistan? På vilket sätt?
 - Är det något kriterium som inte uppfylls?
 - Fundera på hur ni skulle kunna förändra uppgifterna för att uppfylla flera kriterier.

Planera lektion

Till moment C ska ni konstruera infärgade uppgifter med hjälp av kriterierna från checklistan. Uppgifterna som ni konstruerar ska ha en tydlig koppling till elevernas valda yrkesinriktning. Om ni har blandade elevgrupper från flera olika yrkesinriktningar föreslår vi att ni väljer en av dessa inriktningar.

Utgå från checklistan och fundera särskilt på följande punkter vid er planering:

- Vilka möjligheter finns att presentera uppgiften utifrån de didaktiska grundfrågorna, vad - innehåll, hur - metod och varför – syfte?
- Diskutera olika lösningstekniker till uppgiften som eleverna kan använda sig av. Vilka förväntade lösningar tror ni eleverna kommer att ha? Går det att skilja dessa lösningar åt kvalitativt?
- Hur planerar ni att gå tillväga när ni överblickar elevernas arbete och respons på uppgiften?

Låt eleverna arbeta med uppgifterna i grupper om 2-4 elever. Under lektionen antecknar du med korta stödord de iakttagelser du gör. Sammanfatta sedan dina iakttagelser och reflektioner.

Material

Del 1: Moment C – aktivitet

Genomför

Genomför din planerade lektion med den infärgade uppgiften som du har konstruerat.

Skriv ner dina iakttagelser enligt instruktionerna i moment B. Tag med anteckningarna till nästa gemensamma träff, moment D.

Del 1: Moment D – gemensam uppföljning

Diskutera

- Hur fungerade elevernas arbete med de infärgade uppgifterna? Hur mottogs uppgifterna, vad fungerade bra/mindre bra? Beskriv en situation du särskilt uppmärksammade.
- Vilka olika lösningstekniker använde eleverna sig av? Stämde de överens med vad ni hade förväntat er? Gick det att skilja dessa lösningar åt kvalitativt?
- Uppnåddes de mål ni hade satt upp för lektionen? Relatera till de didaktiska frågorna.
- Hur fungerade kriterierna i checklistan för att konstruera en infärgad uppgift? Vad kan utvecklas?
- Är det något ni skulle vilja ändra på till en annan gång?

Skriv

Skriv en kort personlig sammanfattning av dina erfarenheter och spara den tillsammans med dina övriga anteckningar inför det fortsatta arbetet i modulen.

Fördjupa dig

Om du är intresserad av att läsa mer inom området matematikundervisning på yrkesprogram finns ett fördjupningsmaterial som består av texten "Matematik i yrkesutbildningen – en historisk överblick" och en tillhörande film från Kirunas yrkesskola 1913. Texten beskriver matematikens roll i yrkesutbildning historiskt fram till idag. Det görs också en jämförelse med andra länder. I texten finns även exempel på hur matematikuppgifter för yrkeselever såg ut förr. Syftet med fördjupningsmaterialet är att du ska få möjlighet att reflektera över hur matematikundervisningen har förändrats inom svensk yrkesutbildning. Detta kan ge viktiga insikter om varför läroplanen är utformad som den är idag och vilken betydelse det har för yrkeselevers lärande i matematik.

Material

Del 1: Fördjupning

Material

Matematik i Yrkesutbildningen – en historisk överblick

Anna L. V. Lundberg, Karolina Muhrman

Historia film – Kiruna yrkesskolor 1913

null

Matematik i Yrkesutbildningen – en historisk överblick

Anna L. V. Lundberg och Karolina Muhrman, Linköpings Universitet

Texten inleds med några nedslag i yrkesutbildningens historia med relation till vilken matematik som krävdes i läroplanerna. Därefter ges en beskrivning av hur yrkesutbildningen ser ut i Tyskland och Australien för att visa hur Sverige står sig i jämförelse med andra länder.

Yrkesutbildning och matematik före 1970

Nilsson (1981) har i sin avhandling delat in yrkesutbildningens framväxt i fyra olika faser. Inspirerade av Nilsson har vi valt att använda en liknande indelning av yrkesutbildningens framväxt men med annan tidsindelning i den historiska översikten samt ett tillägg av två faser efter 1970.

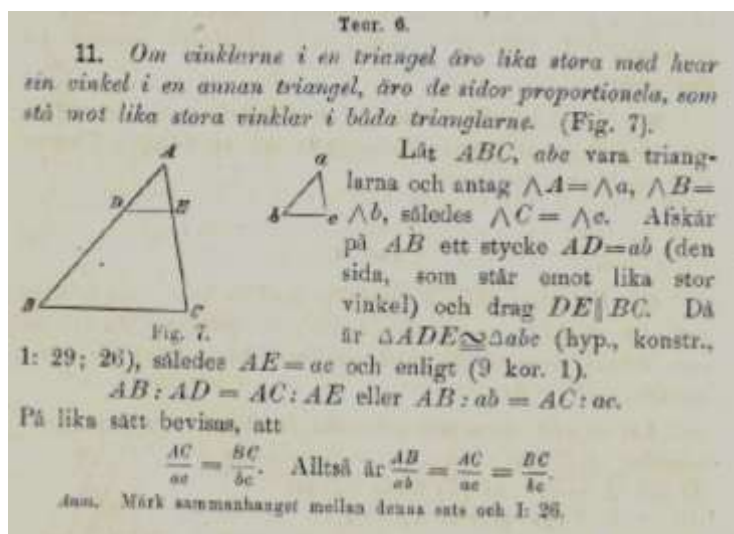
Den första fasen	Den andra fasen	Den tredje fasen	Den fjärde fasen	Den femte fasen	Den sjätte fasen
1850-1917 Skräväsendet upplöses (1846)	1918-1954 Yrkes-skole-stadgarna införs	1955-1970 Yrkes-skole-reformen	1971-1992 Yrkeslinjer inom enhets-gymnasiet	1993-2010 Matematik som gemensamt ämne och samma kurser i matematik	2011-framåt Differentierade kurser inom matematik

Den första fasen 1850-1917, Skräväsendet upphör

När skräväsendet upplöstes 1846, hantverksföreningar bildades och allmän näringsfrihet infördes upphörde hantverkarnas utbildning av lärlingar. För att åtgärda bristen på yrkeskunnigt folk inrättades fyra *tekniska elementarskolor*, med huvudsaklig uppgift att förse industrin med arbetsbefäl och tekniska medhjälpare. Det fanns också afton- och söndagsskolor, som senare bytte namn till *lägre tekniska yrkesskolor*. Dessa skolor kunde dock inte tillgodose behovet av praktiskt yrkeskunnigt folk, och detta förde med sig ett förnyat behov lärlingsutbildningar.

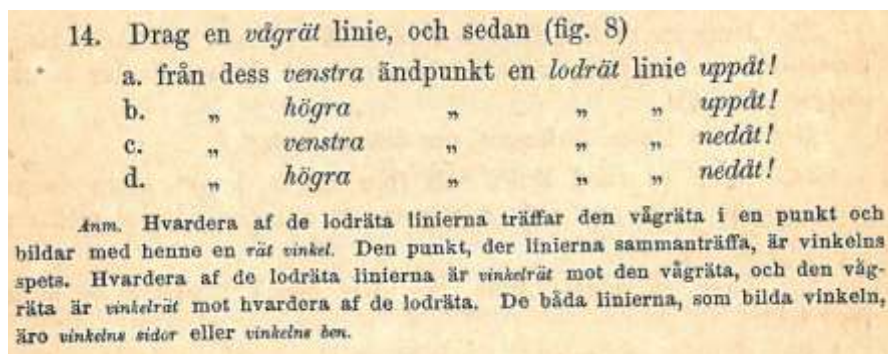
I figuren nedan visas en uppgift i en lärobok i geometri för tekniska elementarskolor, utgiven år 1882. . Läroböckerna i geometri var huvudsakligen lätt bearbetade översättningar av Euklides Elementa till svenska, t ex Strömer (1748)

Det som gör uppgiften intressant, är att bevisföring finns med. Sådant förekommer numera endast i de teoretiska gymnasieprogrammets matematikkurser.



Figur 1 Geometriuppgift i Lindmans lärobok i geometri för de tekniska elementarskolorna Lindman (1882, p. 8)

Under perioden 1890-1910 ökade antalet lägre tekniska yrkesskolor från 28 till 68 och antalet elever ökade från 4800 till 10 800 (Nilsson, 1981). Skolorna fungerade som fortsättningsskolor efter folkskolan, och kurserna med flest antal elever var matematik, välskrivning, svenska språket, frihandsteckning och lineärritning.



Figur 2. Uppgifter i Lineärritning.(Bergius, 1869, p. 8)

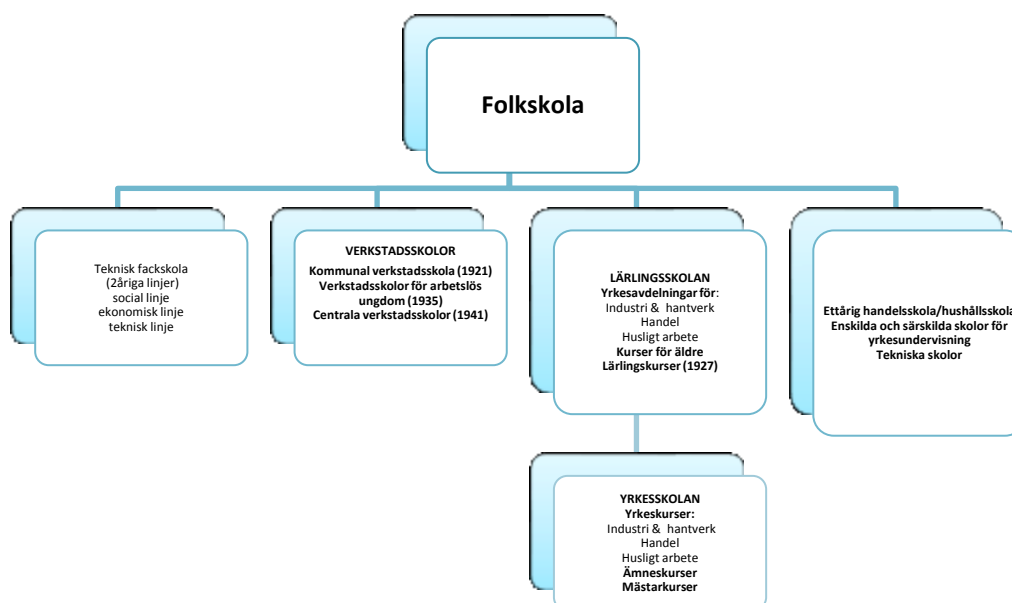
S.k. lineärritning (se exemplet i fig.2) inledde geometrikursen för att ge en handens färdighet och ögats säkerhet. Dessutom gav lineärritningen eleven tillfälle att lägga märke till figurers konstruktion och inte bara mekaniskt kopiera dem enligt Bergius.

Någon lärarutbildning fanns inte för de lägre tekniska skolorna, utan merparten av lärarna var folkskollärare. De hade undervisningen vid yrkeskolan som bisyssla och saknade därför teknisk yrkeserfarenhet (Hedman, 2001). Dessutom var anslagen otillräckliga och, lokalerna och materielen inte anpassade. Man sökte därför modeller för nya utbildningsvägar i de tyska och österrikiska utbildningssystemen. År 1907 föreslogs yrkesundervisningen bli uppdelad i två stadier: lärlingsskola och yrkesskola. Lärlingsskolan skulle vara obligatorisk för

industri- och hantverksanställd ungdom i åldern 14-18 år och öppen för både flickor och pojkar. För antagning till yrkesskolan krävdes att eleven var minst 17 år och hade kunskaper i läsning, skrivning, räkning och ritning. Lärlingsskolan hade även en medborglig uppfostruppgift, medan yrkesskolans enda uppgift var praktisk yrkesundervisning med fasta läroplaner (Hedman, 2001). År 1909 öppnades på initiativ av disponenten vid LKAB, Hjalmar Lundbohm, en praktisk ungdomsskola (KPU) i Kiruna, och den blev grunden för svenska yrkesskolesystemet.

Den andra fasen 1918-1954, Yrkesskole-stadgarna införs

”Det praktiska kunnandet är erkänt av största betydelse jämsides med det teoretiska vetandet”. Så skriver Nils Fredriksson (1925), som från 1918 var chef för Kungliga Skolöverstyrelsens yrkesskoleavdelning. År 1918 kom en proposition om de praktiska ungdomsskolorna. De skulle ha två huvuduppgifter: dels att ge en allmän medborglig utbildning, dels att ge en speciell yrkesutbildning. I våra skandinaviska grannländer och i Centraleuropa, men inte i Sverige, infördes en lärlingslag. I stället stiftade Skolöverstyrelsen yrkesskolestadgar som innebar att kommunerna kunde inrätta kurser för arbetare över arton års ålder med gedigen praktisk erfarenhet. År 1918 infördes i enlighet med reformförslaget 1907 skolorna verkstadsskola, lärlingsskola och teknisk fackskola (se figur 3).



Figur 3. Schematisk bild över yrkesskolesystemet under 1920-tal till 1940-tal (Hedman, 2001)

Eftersom den tekniska fackskolan med tiden fick en allt starkare anknytning till läroverkens gymnasieutbildning behandlas inte dess vidare historia här. Verkstadsskolor fanns i olika former: kommunala verkstadsskolor, verkstadsskolor för arbetslös ungdom och centrala verkstadsskolor, inrättade år 1941. Under mellankrigstiden var ungdomsarbetslösheten hög och verkstadsskolorna, särskilt de, som var avsedda för arbetslös ungdom var välkomna

tillskott till det svenska yrkesskolesystemet.. Den teoretiska undervisningen var underordnad den praktiska. Eleverna fick betalt av den lokala skolstyrelsen för producerade produkter. Trots utbildningens fördelar avlade få heltidsstuderande elever examen i yrkesutbildning. I stället sökte de sig till de kortare yrkesutbildningarna, särskilt till *lärlingskurserna för äldre ungdomar*.

Lärlingsskolan gav eleverna kunskaper om yrket, inte i yrket (Hedman, 2001). Undervisningen där hade tre obligatoriska ämnen: yrkeslära, yrkesekonomi och yrkes- och arbetslagstiftning. Eleverna undervisades i verktygs- och maskinlära, materiallära, ekonomisk geografi, uppsatsskrivning samt teknologi (som innefattade fysik, kemi och biologi, mekanik, yrkesritning och yrkesräkning). Yrkesräkningen omfattade aritmetik, algebra, geometri, teknisk räkning och affärsräkning. Undervisningsplanen omfattade räkning med bråk, lösning av enklare ekvationer, ritning av diagram och kurvor samt beräkning av cirkulära hastigheter, blandningar och volymer. Förutom yrkesräkning läste man även yrkesekonomi, där eleverna lärde sig att beräkna lönelistor, ackordsfördelning, ränta, rabatt, vinst och förlust mm (Hedman, 2001). Ett exempel på sådan rabatträkning visas i figur 4.

Rabatträkning.

Med *rabatt* förstås det *avdrag*, som vanligen erhålles på en varas värde, om ett stort parti tages på en gång. Rabatten uttryckes i procent av inköpssumman.

Ex. Vid köp av varor för 150 kr. lämnas 6 % rabatt. Huru mycket skulle erläggas i betalning?

$$\text{Rabatten} = \frac{150 \cdot 6}{100}$$

Ursprungliga priset – rabatten = nettopriset.

$$150 - \frac{150 \cdot 6}{100} = 141 \text{ kr.}$$

Eller eftersom 6 % skola avdragas, måste betalning erläggas för $100 - 6 = 94$ %.

$$\text{Nettopriset blir därför} = \frac{150 \cdot 94}{100} = 141 \text{ kr.}$$

Figur 4 Exempel på rabatträkning från Harberg (1931, pp. 76-77)

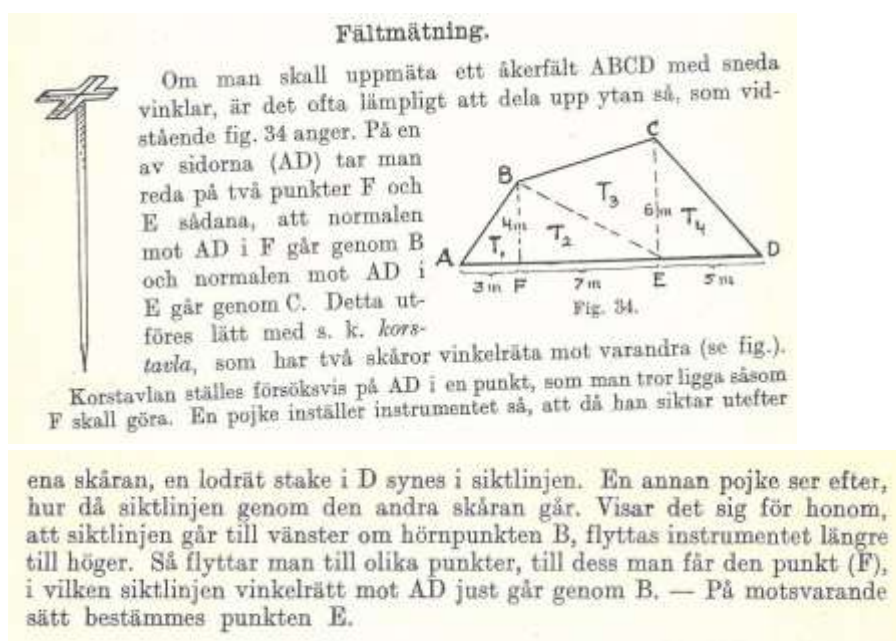
I samma bok finns det också yrkesinriktade räkneexempel, som ofta var avancerade med många termer och tumregler från yrkeslivet. Se figur 5.

401. Om man vill beräkna ungefärliga gödselproduktionen, kan man utgå från fodrets och ströets torrsubstanshalt. Av fodrets torrsubstans beräknas hälften komma med i gödseln, av ströets givetvis allt. Då torrsubstansen anses i medeltal utgöra $\frac{1}{4}$ av gödselmängden, blir denna $= 4 \times \left(\frac{\text{fodrets torrsubstans}}{2} + \text{ströets torrsubstans} \right)$. Beräkna gödselmängden i en ladugård, där följande mängder foder och strö använts: 43 t. hö och halm (torrsubstans 85 %), 75 t. rotfrukter (11 %), 8 t. kraftfoder (87 %), 2,4 t. mjölk (10 %), 10 t. torvströ (80 %).

293. En ortdrivare har på 25 dagar drivit 10,1 m. gråbergssort. Härfor har han slagit 238,5 bormeter i tillsammans 208 hål och slöat 541 st. borr. Vidare har han använt 100 kg. dynamit. a) Hur många ortmeter har han drivit per dag? b) Hur många bormeter har han slagit per dag? c) Hur många bormeter har slagits pr ortmeter? d) Hur många borrhål har behövts pr ortmeter? e) Hur många meter har i medeltal slagits med varje borr? f) Hur många kg. dynamit har använts pr ortmeter?

Figur 5 Exempel på tillämpningar. Översta exemplet från Harberg (1931, p. 184) Undre exemplet från Persson (1925, p. 44)

Förståelsen av den euklidiska geometrin underlättades av praktiska övningar, genom mätning, ritning och enkla beräkningar.. I figur 6 visas ett exempel på beräkning av åkerarealer, där eleverna som hjälpmedel använder ett redskap, korstavlan, för att beräkna fältarean.



Figur 6. Exempel på Fältmätning som praktisk övning (Hellsten, 1937, p. 24)

Yrkesskolan var en vidareutbildning, som byggde på lärlingsskolan med målet att ge kompetens för ansvarsfullare befattningar inom yrket. Undervisningen var uppdelad i yrkeskurser, ämneskurser och mästartkurser. Yrkeskurserna var inte populära och varade sällan längre än ett år. Ämneskursernas innehåll var inte preciserat utan de utformades efter de lokala behoven på orten med förbehållet att de skulle ge en teknisk, yrkesekonomisk och medborgerlig bildning i syfte att höja både yrkesskickligheten och medborgarandan. Mästartkurser var avsedda för dem som ville etablera sig som självständiga yrkesutövare. Dessa föreläsningsskurser fick inte någon större anslutning (Hedman, 2001). Ettåriga handels- och

hushållsskolor inrättades på orter, där eleverna inte hade möjlighet till undervisning i lärlingskolor eller verkstadsskolor. Handelsskolans uppgift var att förbereda eleverna för mindre krävande arbeten inom affärslivet, och hushållsskolans uppgift var att ge en fullständig husmodersutbildning. År 1936-37 fanns det 14 handelsskolor och 8 hushållsskolor.

Hedman (2001) skriver orsaken till att 1918 års yrkesutbildningsreform inte blev en framgång var en för dålig finansiering. Utbildningens kvalitet blev därför låg. Avsikten att skapa ett rationellt och effektivt system av att få rätt man på rätt plats hade inte förverkligats. Eleverna valde bort yrkesutbildningen och valde i stället läroverken. Industrin stod återigen inför problemet att det inte fanns yrkesutbildad arbetskraft att tillgå. Nya utredningar och reformer väntade.

Den tredje fasen 1955-1970, Yrkesskolereformen

År 1944 bildades Kungliga Överstyrelsen för Yrkesutbildning (KÖY) och 1955 kom Yrkesskolereformen ("Prop. 1955:139"). I propositionen fick namnet yrkesskola den betydelse som det har idag, nämligen en skola för yrkesutbildning istället för fortbildning. Yrkesskolans mål var att ge eleverna både yrkesfärdigheter och allmänbildning.

Matematikläromedel från denna fas har likheter med de tidigare. I följande exempel ser vi att trenden med yrkesbegrepp håller i sig.

*262. Hur många kubikfot innehåller en $2'' \times 8''$ plank som är 12 fot lång? (Se kap. 1: 3, sid. 5.)

Figur 8. Exempel från Gustafsson, Lindström, and Norrbom (1966, p. 52)

Antalet heltidsstuderande elever på kommunala, centrala och enskilda yrkesskolor ökade från 1950-1963 med cirka 80 000 (tabell 17, SCB, 1984, p. 230). Yrkesskolan betraktades också som en ungdomsskola, eftersom eleverna mestadels var i åldern 15- 20 år. Utbildningen hade som näringspolitiskt motiv att Sverige skulle hävda sig som industrination i konkurrensen med andra länder. I Sverige ansågs yrkesutbildningen tillhöra skolan till skillnad mot Danmark och Tyskland där den tillhörde näringslivet

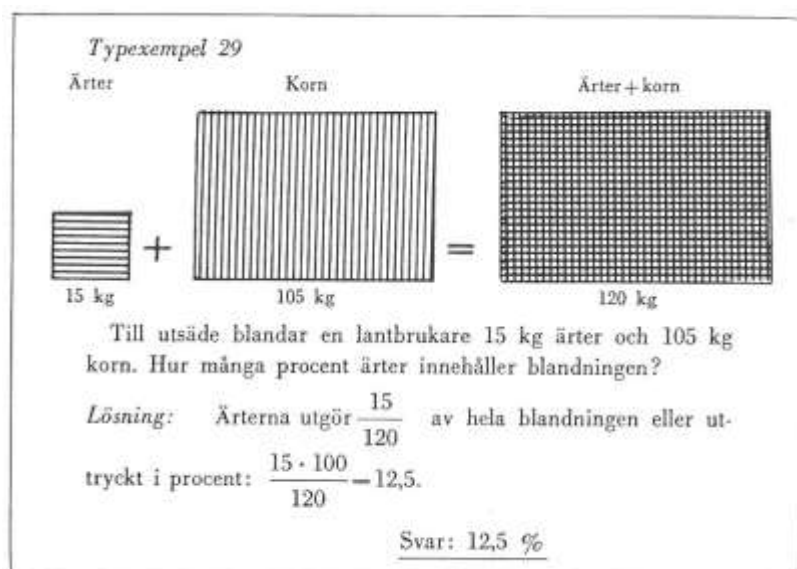
Yrkesutbildning och matematik efter 1970

Den fjärde fasen 1971-1992, Yrkeslinjer inom enhetsgymnasiet

När den enhetlig gymnasieskola infördes den 1 juli 1971 så sammanfördes gymnasium, fackskola och yrkeskola till linjer. Yrkesutbildningen breddades till yrkesgrupper och branscher istället för till specifika befattningar. Utbildningens idé var att eleverna skulle vidareutveckla sina yrkesfärdigheter först efter gymnasieexamen. Reformen ledde till att yrkesutbildningens status höjdes. Mer än hälften av nybörjarna på gymnasiet började på de 14 yrkeslinjerna.

I Lgy 70 fick yrkesskolornas kursplaner ett betydligt större inslag av teori än tidigare. Matematiken hade en nära koppling till elevernas utbildningslinje. Ofta undervisade yrkeslärare i matematik i de lokaler, där eleverna hade praktiska ämnen. Läromedlen var anpassade till

yrkeslinjerna med speciella uppgifter som motsvarade yrkets behov (Lundin, 2008). Det följande exemplet visar kopplingen till yrkeslivets matematikbehov och yrkestermer används i formuleringen. Orden utsäde och lantbrukare är valda med omsorg liksom de realistiska uppgifterna om mängderna ärter och korn.



Figur 9. Ett exempel från Högberg (1980) med figurer.

Femte fasen 1993-2010, Matematik som gemensamt ämne och samma kurser i matematik

I början av 1990-talet framfördes önskemål om att integrera de teoretiska (studieförberedande) och de yrkesinriktade utbildningarna. Det skulle vara möjligt att få allmän behörighet till universitet och högskola även efter genomgången yrkesutbildning, för att ge eleverna likvärdiga förutsättningar och flexibilitet att ändra inriktning senare i livet på sin yrkesbana (Olofsson & Panican, 2008). Efter gymnasiereformen 1991-1993 ändrades alla yrkesprogram i Sverige. Även de yrkesinriktade programmen blev treåriga och gav grundläggande behörighet för vidare studier. De obligatoriska matematikkurserna på yrkesprogrammen fick därför det nya syftet att förbereda eleverna också för vidare studier (Muhrman, kommande). De undervisande lärarna hade utbildning i matematik, och den första matematikkursen (Matematik A, 100 poäng) på gymnasiet var gemensam för alla elever. Undervisningen skulle vara programinriktad i stället för ämnesinriktad, och integrering med yrkesämnet skulle skapa mening för eleverna (Lindberg, 2010).

Skolverkets analys av reformen visade dock att eleverna hade svårt att nå målen och svårt att förstå sambandet med yrkeskompetensen ("SOU 2008:27,"). Detta var en av anledningarna till gymnasiereformen Gy11. Även företrädare för yrkeslivet och branschorganisationerna kritiserade karaktärsutbildningen Lpf94 för att ge otillräckliga yrkeskunskaper.

Sjätte fasen 2011- framåt, Differentierade kurser inom matematik

I Lgy11 är ämnesplanen i matematik omskriven och samstämd med respektive yrkesprogramms ämnesplaner. De har ett tydligare syfte att ge eleverna kompetens att lösa yrkesämnenas och vardagslivets matematiska problem, och förmågan att göra det krävs för alla betygssteg (Muhрман, kommande). Dock är det inte längre möjligt för yrkeselever att läsa de högsta matematikkurserna inom totalantalet av gymnasiets undervisningstimmar, utan de hänvisas till att antingen läsa dem som utökad kurs eller att läsa dem efter avslutad gymnasieutbildning.

Håkansson and Nilsson (2013) hävdar att Gy11 medförde stora förändringar av den svenska yrkesutbildningen. De skriver att den grundläggande yrkesutbildningen under lång tid har varit skolförlagd och har haft en för svag förbindelse med arbetslivet. Detta har enligt Håkansson & Nilsson medfört att yrkesutbildningen varit för dåligt anpassad till yrkeslivet, vilket man har en förhoppning att förändra på i Gy11. Yrkesutbildningen är en hybrid, på gränsen mellan arbete och skola (Broberg, 2014). Lärlingsutbildningen återinförs i gymnasiet men är numera en del av skolan. Cirkeln sluts igen (Lindberg, 2010).

Yrkesutbildning och Yrkesmatematik i olika länder

Den svenska yrkesutbildningen är speciell i jämförelse med andra länder, till exempel Tyskland och Australien. För att få förståelse för matematikens roll i yrkesutbildningen är det därför intressant att få insikt om yrkesutbildningar i andra länder.

Tyskland

Eftersom vi tidigare nämnt att Tyskland varit inspirationskälla för den svenska yrkesutbildningen gör det intressant att studera den tyska yrkesutbildningens utveckling. Tyskland består av ett konglomerat av yrkesutbildningar och har så gjort under en lång tid. Därför kommer det inte att bli en redogörelse för vad som sker i alla delar av Tyskland utan mer en beskrivning av vilka trender som förekommer (Strässer, 2014). Lärlingsutbildningen i Tyskland är den som är mest välkänd med både yrkesutbildning och praktik. Examinationen sköts av professionella efter tre år i statliga så kallade "Berufsschulen". Eleverna har praktik 1-2 dagar i veckan eller avsnitt med hela veckor med lärlingsplats på företag under större delen av utbildningen. Ungefär 30% av ungdomar i åldern 16år och uppåt går yrkesutbildningen med lärlingsplats. Yrkesutbildningen i Tyskland har sina rötter från två olika skolsystem som i 1900-talets början slogs samman till en utbildning. Den mest populära varianten av yrkesutbildningarna hölls på söndagar och var en fortsättning av den allmänna skolan. Den bestod av repetition av tidigare stoff liknande de lägre tekniska yrkesskolorna i Sverige.

Matematiken som undervisades var aritmetik, reguladetri¹ med tillämpningar i vardagssituationer och politiska frågor utan koppling till yrkeslivet. Matematikutbildningen var i nära relation till yrkeslivet.

Från 1985 och framåt kan yrkesutbildningarna delas in i två olika områden. Den första innehåller elektricitet, kemi, fysik, biologi, metallarbete, bygg, trä, tryckeriteknik. Dessa utbildningsområden använder mycket algebra, formler, diagram och liknande. Det andra området består av sjukvård, näringslära, privatekonomi, textilindustri, måleri, inredning, lantbruk. Dessa använder mest grundläggande matematik.

Den senaste trenden inom yrkesmatematik i Tyskland är att inspireras av ”competency-based ideas (CBT)” politik. Matematiken ska nu integreras i moduler inom yrkesutbildningen så den försvinner som eget ämne. En annan trend är att de college som skulle utbilda mästare i handel och metallarbete numera är institutioner som förbereder eleverna inför universitetet. På dessa ”Fachoberschulen” sker för närvarande undervisning i matematik med en tyngdpunkt på kalkylering, till och mer än vad som sker på de traditionella universitetsförberedande skolorna, ”Gymnasium”.

Australien

Vi har även valt att studera Australiens yrkesutbildning på grund av att de numera har ett särskilt nationellt center för yrkesutbildning. Yrkesutbildningen i Australien startade i slutet på 1800 talet med grundandet av tekniska institut och konstskolor. Dessa utbildningar utvecklades och spreds i det tysta fram till depressionen på 1930-talet och andra världskriget då yrkesutbildningen fick ökade medel. Staten var ansvarig för yrkesutbildningen fram till 1970-talet då en ny kris ledde till bildandet av ”Technical and Further Education (TAFE)” enligt Kangan rapporten (Kangan, 1974). 1992 bildades ”Australien National Training Authority (ANTA)” som ledde fram till det system av yrkesutbildningar som gäller för samtliga stater och territorium i Australien idag. Det var forskning vid det ”National Center for Vocational Education Research (NCVER)” som bidrog till de viktiga förändringarna inom yrkesutbildningarna i Australien. Matematikkurserna på yrkesutbildningarna före 1990 var fokuserade på baskunskaper och praktiska tillämpningar. Efter 1990 ändrades riktningen mot en mera allmänt hållen matematik med en gemensam läroplan för samtliga yrkesutbildningar. När den gemensamma läroplanen för yrkesutbildningar introducerades återkom aritmetiken utan reflektion på det verkliga behovet för yrkesarbetaren (Strässer, 2014). Den nya kursplanen verkar ha lett till ett återinförande av grundläggande matematik, med svårig-

¹ Reguladetri: metod att bestämma ett av talen a, b, c, d när $a/b = c/d$ och tre av dem är givna (Kiselman och Mouwitz (2011) p. 38)

heter att göra kopplingar till den specialiserade och ibland krävande yrkesmatematikens natur. Till exempel kan man se i en analys av kraven för certifikat på de olika utbildningarna att det för Livsmedelsutbildningen står att eleverna ska kunna använda grundläggande matematiska begrepp. De obligatoriska matematikkurserna är allmänt hållna men det finns också valbara kurserna där matematiken är inriktad mot den valda yrkesinriktningen. Det är långt ifrån alla elever som väljer att läsa någon av de valbara matematikkurserna vilket enligt Strässer leder till att endast en minoritet är exponerade för någon form av yrkesmatematik.

Idag skiljer sig Tyskland och Australiens utbildningar markant från Sveriges, med avseende på lagstiftning och anställningsbarhet. Trots det kan man både idag och historiskt sett ser vissa likheter mellan de tre ländernas yrkesutbildningar med avseende på matematikundervisning. Samma trender inom matematikundervisning på yrkesprogram tycks vara återkommande med olika intervall.

Referenslitteratur

- Bergius, A. T. (1869). *Geometri och Linearteckning för den första undervisningen utarbetad*. Stockholm: Kongliga Boktryckare P. A. Nordstedt & Söner.
- Broberg, Å. (2014). *Utbildning på gränsen mellan skola och arbete, pedagogisk förändring i svensk yrkesutbildning 1918-1971* (Doktorsavhandling) Stockholms: Stockholms Universitet.
- Fredriksson, N. (1925). *Praktisk yrkesutbildning, vilka möjligheter härför erbjuder vårt nuvarande system av anstalter för yrkesundervisning?* Stockholm: P. A. Nordstedt & Söners Förlag.
- Gustafsson, E., Lindström, S., & Norrbom, B. (1966). *Yrkesräkning för byggnadsyrken*. Stockholm: Svenska bokförlaget Bonniers.
- Harberg, B. (1931). *Lärobok i räkning och geometri för ungdomsskolor* (5 ed.). Sjögestad: Författarens förlag.
- Hedman, A. (2001). *I nationens och det praktiska livets tjänst, det svenska yrkesskolesystemets tillkomst och utveckling 1918-1940* (Doktorsavhandling) Umeå: pedagogiska institutionen, Umeå universitet.
- Hellsten, C. G. (1937). *Med Linjal och passare. Geometri för ungdom*. Stockholm: P.A. Nordstedt & Söners förlag, Svenska bokförlaget.
- Håkansson, P., & Nilsson, A. (2013). *Yrkesutbildningens formering i Sverige 1940-1975*. Lund: Nordic academic press.
- Högberg, E. (1980). *Räkna och beräkna. Lärobok för lantbrukets yrkesutbildning* (4 ed.). Stockholm: LT's förlag.
- Kangan, M. (1974). TAFE in Australia: Report on needs in technical and further education, April 1974 [Kangan report], 2nd ed. Canberra: AGPS.
<http://www.voced.edu.au/content/ngv38436>. Accessed 2 Aug 2014.
- Lindberg, L. (2010). *Matematiken i yrkesutbildningen - möjligheter och begränsningar* (Licentiatavhandling) Luleå: Institutionen för matematik, Luleå tekniska universitet.
- Lindman, C. F. (1882). *Proportionslärans tillämpning på plangeometrien (motsvarande Euklides 6:e bok)* (2 ed.). Stockholm: Kongliga Boktryckeriet P.A. Nordstedt & Söner.
- Lundin, S. (2008). *Skolans matematik. En kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling* (Doktorsavhandling) Uppsala Uppsala Universitet.
- Muhrman, K. (2016). *Inget klöver utan matematik: en studie av matematik i yrkesutbildning och yrkeslivet*. Doktorsavhandling. Linköpings universitet: Institutionen för beteendevetenskap och lärande.

- Nilsson, L. (1981). *Yrkesutbildningen i nutidshistoriskt perspektiv Yrkesutbildningens utveckling från skräväsandets upphörande 1846 till 1980-talet samt tankar om framtida inriktning* (Doktorsavhandling) Göteborg: Göteborgs Universitet Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Olofsson, J., & Panican, A. (2008). Ungdomars väg från utbildning till arbetsliv. Nordiska erfarenheter. Köpenhamn: Nordiska Ministerrådet. Tema Nord 2008:584.
- Persson, N. E. (1925). *Lärobok i räkning för fortsättnings-, lärlings- och andra ungdomsskolor i gruv och brukssambällen*. Stockholm: P. A. Nordstedt & Söners Förlag.
- Prop. 1955:139 *Kungl. Maj:ts proposition till riksdagen angående utbyggnad av yrkesutbildningen m.m.*
- SCB. (1984) *Elever i skolor för yrkesutbildning 1844-1970, Promemorior från SCB 1984:2*. Stockholm: Statistiska centralbyrån.
- SOU 2008:27. *Framtidsvägen - en reformerad gymnasieskola*. Stockholm: Fritze.
- Strässer, R. (2014). History of teaching vocational mathematics *Handbook on history of mathematics education*. New York: Springer Science+Business Media.
- Strömer, M. (1748). *De sex första jemte elfte och tolfte böckerna af Euclidis Elementa eller Grundeliga inledning till geometrien : till svenska ungdomens tjenst / utgifne af Mårten Strömer* (Vol. 2). Uppsala: Grefing.

Modul: Undervisa matematik på yrkesprogram
Del 1: Matematikundervisning på yrkesprogram

Del 1. Matematikundervisning på yrkesprogram

Rubrik: Historia film – Kiruna yrkesskolor 1913

Utgivare: Svenska filminstitutet

Kommentar: Dokumentär från Sveriges första yrkesskola i Kiruna

Länkadress:

<http://filmarkivet.se/Templates/Pages/Content/MoviePage.aspx?id=10&epslanguage=sv&movieid=161&returnurl=http%3A%2F%2Ffilmarkivet.se%2Fsv%2FSok%2F%3Fquicksearch%3Dsorted>