

Matematik – Gymnasieskola
Modul: Språk i matematik
Del 5: Cirkelmodellen - textuppgifter

Genren textuppgifter i matematik

Eva Norén, Anette de Ron och Lisa Österling, Stockholms universitet

I den här artikeln kommer textuppgifter i matematik att belysas ur olika aspekter. Dels vad som kännetecknar textuppgifter som ”modelltexter”, vilket anknyter till principen om språklig stöttning. Dels genom att textuppgifterna kan erbjuda en möjlighet att skapa begriplighet för sambanden mellan matematik och vardag, men detta är inte oproblematiskt.

Textuppgifters uppbyggnad

Textuppgifter i matematik återfinns tillsammans med de allra äldsta exemplen på matematik. Bengt Ulin återger en uppgift som nedtecknats med kilskrift på en babylonisk lertavla:

”Jag fann en sten men vägde den inte; sedan jag subtraherat en sjundedel, adderat en elftedel och subtraherat en trettondel vägde jag den: vikten var nu 1 ma-na. Vad vägde stenen ursprungligen?”

(Ulin, 2011, s. 42)

Textuppgifter som genre har beskrivits och beforskats av bland annat Susan Gerofsky (1996). Hon identifierar tre ingående delar:

- 1. En del som beskriver bakgrund, miljö och deltagare i berättelsen.*
- 2. En del som ger information som behövs för att lösa problemet, och ibland extra information som är tänkt att vara en distraktion för den ouppmärksamme.*
- 3. En fråga.*

Genren textuppgifter innehåller alltså någon form av fråga eller uppmaning till handling. Vad eleverna ska göra kan uttryckas explicit, till exempel ”Derivera funktionen $f(x) = x^2 - 3x + 8$ ”. Så länge eleven vet vad det innebär att derivera är det ingen tveksamhet om hur uppgiften ska besvaras. Matematikuppgifter är fulla av verb med en specifik mening, som uttrycker vad eleverna ska ägna sig åt: utveckla, förenkla, förkorta, bryt ut, lös ut, lös ekvationen, beräkna, och många fler. Eleverna behöver förstås först veta hur man deriverar ett uttryck, men de behöver både känna igen verbet ”derivera” och förstå vilken typ av handlingar som är tillåtna när man deriverar, för att förstå precis vad det är de förväntas göra.

Men när det gäller textuppgifter uttrycks ofta det elever ska göra implicit. På den babyloniska tavlan, till exempel, är det knappast tänkt att man ska väga stenen.

Begripligheter och obegripligheter

Man kan tänka sig att textuppgifternas funktion är att matematiken skulle bli mer begriplig genom att den används i relation till en vardaglig kontext. Såväl Ulin (2011) som Gerofsky (1996) problematiserar detta. Ulin (2011) ger flera exempel på konstlade uppgifter, som det babyloniska exemplet ovan: hur praktiskt är det att subtrahera en sjundedel av en sten? Gerofsky (1996) diskuterar sanningsvärdet i textuppgifter. Hon diskuterar om de är att betrakta som en berättelse eller fiktion snarare än en representation av en verklig situation, men måste konstatera att de saknar berättelsens karaktäristik i form av beskrivningar av miljöer och personer, likväl som de saknar en dramaturgisk komponent.

Det visar sig emellanåt att elevens erfarenhet av komplexa verkliga situationen inte stämmer överens med det matematikinnehåll läraren tänkt sig belysa genom att välja särskilda exempel. En del av elevernas förståelse av hur de ska tolka och besvara textuppgifter i matematik begränsas ibland tyvärr av att de inte kan bedöma vilka kunskaper och erfarenheter från verkligheten de ska använda, och när de bör avstå från att använda sig av dessa.

Ett exempel på en klassrumssituation som visar på skevheten mellan vad läraren tänkt med en uppgift och vad eleverna ser framför sig beskrivs av Keitel (1989) (författarnas översättning):

Läraren ställde följande fråga:

”En person planerar att måla sitt rum. Från målarens urval väljer han en orange färg, som består av två burkar röd färg och en och en halv burk gul färg per kvadratmeter. Om rummets väggar är 48 kvadratmeter, hur många burkar röd och gul färg behövs för att måla rummet?”

Problemet verkade ganska tydligt, och elever började utföra sina beräkningar med hjälp av proportionella relationer. Men en pojke sa:

”Min pappa är målare och jag vet att om vi bara räknar så kommer färgen i rummet inte se ut som färgprovet. Vi kan inte räkna så här, det är fel metod.”

Jag såg framför mig en fascinerande diskussion som tog sin utgångspunkt i förenklade matematiska modeller av verkliga situationer, och deras begränsade giltighet i komplexa sammanhang (i det här fallet den förstärkande effekten av ljusets reflektioner), men läraren svarade:

”Tyvärr, lille vän, här handlar det om förhållanden och proportioner”. (Keitel, 1989, s. 7)

Det som eleverna ska göra uttrycks implicit, frågan handlar om antal målarburkar, medan det matematikinnehåll eleven förväntades använda var proportionaliteter. Det är alltså en ganska komplex tolkning eleven behöver göra för att lösa uppgiften: För det första att för-

stå och tolka situationen med målarfärgen. För det andra förstå att det handlar om ett proportionellt samband, och för det tredje kunna välja en strategi där kunskapen om proportionalitet används för att besvara frågan.

Det första steget, att förstå och tolka situationen, handlar delvis om att tolka orden i texten, men också om att stanna vid texten, läsa tillsammans, göra skisser och jämföra några olika tolkningar av situationen som beskrivs.

Vad gäller det andra steget så finns det två vägar: antingen såsom cirkelmodellen beskriver, att ämnesinnehållet är behandlat innan, alltså att eleverna har någon form av förståelse för proportionella samband som de kan använda för att lösa uppgiften. Men inom matematikundervisning är det vanligt att konkreta situationer används för att belysa ett nytt ämnesinnehåll. Läraren skulle mycket väl kunna utgå från blandningen av färg som en variation av att blanda saft, att göra om kakrecept eller att handla olika mängder frukt med samma kilopris. Alla dessa situationer belyser begreppet proportionella samband, och används ofta när proportionalitetsbegreppet introduceras.

Det tredje steget, att välja strategier, ställer krav på begreppsförmågan, att känna till samband mellan begrepp, men också på problemlösnings- och procedurförmågan, att elever tillägnat sig procedurer eller strategier för att lösa uppgiften. Att förstå situationen och begreppet proportionalitet räcker alltså inte. Eleverna behöver kunna tänka ut, formulera och använda sin lösningsstrategi, något som beskrevs tidigare i modulen. Just att läraren frågar efter elevernas tankar och strategier för att lösa problem i fokus, snarare än efter rätt svar, är enligt Lampert (1990) en nyckel till att skapa ett klassrum där dessa matematiska strategier står i centrum.

I begreppsförmågan ingår inte bara att rent språkligt känna igen och använda ordet som representerar begreppet, till exempel proportionalitet. Det ingår även att känna till de procedurer som används vid proportionella samband, vad som skiljer eller vad som är gemensamt med andra begrepp, som till exempel dubbelt, andel, uttryck eller funktioner. Men det ingår också att känna igen vilka situationer som är typiska för att använda proportionella samband. Uppgiften om att blanda färg i inledningen av artikeln kan utvecklas genom att ställa frågan: "Beskriv en annan situation som kan lösas genom ett proportionellt samband."

Omvänt, situationen med att blanda färg kan användas även för att belysa andra samband och begrepp. Vilka frågor behöver ställas för att situationen ska användas för att behandla *volym*, *räta linjens ekvation*, *differentialekvationer* eller *sannolikhet*?

Textuppgifter på ett nytt språk

I texter till matematikuppgifter och i läromedel är språket ofta ganska komprimerat och knapphändigt. Texterna innehåller sällan något som broderar ut sammanhangen eller är stämningsskapande. Det blir nödvändigt att läsa noggrant för att inte missa viktiga ord och uttryck eftersom texterna kan vara tätt packade med information. Ofta komprimeras texten i uppgifterna för att göra dem kortare och därmed kanske man tror att de blir lättare att läsa

och tydligare i vad texten handlar om. Det blir dock sällan lättare att läsa en uppgift om den är komprimerad. Istället kan en uppgift bli lättare att förstå om texten ”byggs ut” med ”krokar” som kan ge eleverna hjälp med att haka fast betydelsen av orden i sina egna erfarenheter.

Andra svårigheter som kan uppstå i arbetet med textuppgifter i matematik är att eleverna missar information, till exempel underförstådda betydelser i texten. Underförstådda betydelser kan ofta relateras till kulturella företeelser och fenomen. Ett exempel är textuppgifter som har utgångspunkt i sagor eller berättelser som inte alla är bekanta med. Svårigheterna kan också uppstå på grund av missledande information, där ord och uttryck i texten leder elevens tanke åt fel håll. Exempel på den typen av språkliga fallgropar kan vara ord som utmärkt (i betydelsen märka ut) eller kvarter (i betydelsen område). Det kan också bero på att det finns mindre vanliga eller sammansatta ord i texten, som till exempel landsomfattande, tidningsutgivare och åttondeklassare. Men det är inte alltid de ovanliga orden som är mest problematiska eftersom dessa ofta uppmärksammas och förklaras av läraren. Istället kan ord som läraren tror att eleverna känner till vålla problem. Det kan vara ord som genomföra, ersätta, redovisa och fastställa. Läraren behöver alltså vara observant både på ovanliga ord och ovanliga uttryck samt på vilka ord som kan vara okända för just de egna eleverna (Myndigheten för skolutveckling, 2008). Genom att vara observant på detta kan det bli lättare att ge den språkliga stöttning eleverna kan behöva.

De erfarenheter eleverna bär med sig in i matematikklassrummet påverkar deras möjligheter att känna igen sig i textuppgifters sammanhang, vare sig de ska lösa eller själva konstruera uppgifterna. Till exempel kan elever med annan skolbakgrund än svensk och med annat förstaspråk än svenska få särskilda problem. Något som hjälper är om lärare stöttar elever genom att demonstrera hur textuppgifter i svenska läromedel är uppbyggda, och hur de är knutna till det aktuella sammanhanget. Om man utgår från den första grundprincipen för språkutvecklande arbete strävar man efter att hitta vardagsanknutna sammanhang där det matematiska språket fyller en funktion. Det kan man uppnå genom att låta eleverna få relatera till sina egna erfarenheter när de diskuterar hur man skriver textuppgifter i matematik och när de producerar egna textuppgifter. När eleverna löser textuppgifter som andra har konstruerat har de ofta olika relationer till uppgifternas ”verklighet”, vilket innebär olika förutsättningar för att förstå och utveckla kunskap om det matematiska innehållet. Genom att producera egna textuppgifter och därmed välja vilket sammanhanget ska vara, så använder eleverna sin egen verklighet som utgångspunkt. Förutsättningarna för kunskapsutvecklingen i matematik kan vid ett sådant tillfälle bli mer rättvisa.

Detta undersöktes av Richard Barwell (2009) bland en grupp elever i 13-årsåldern i en engelsk skola som löste och konstruerade egna textuppgifter. Utifrån undersökningen pekar Barwell på hur viktigt det är att särskilt uppmärksamma andraspråkselever på hur textuppgifter i matematikläromedel är konstruerade, eftersom de förgivettagna kulturella och språkliga vardagserfarenheterna i lärobokens uppgifter inte alltid delas av alla elever.

Avslutning

Textuppgifter är centrala i matematikundervisningen, och vi behöver fundera över vilket syfte de fyller när vi låter elever arbeta med dem. Vi har diskuterat att relationen mellan uppgifter och verkligheten inte är oproblematisk. Ibland eftersom uppgiften faktiskt är tänkt att illustrera ett matematiskt samband, som med målarfärgen. Ibland eftersom verkligheten som beskrivs i övningen helt enkelt är främmande för eleverna. Att vända på ordningen och istället låta elever skapa egna uppgifter blir därför värdefullt, dels för att elever kan utgå från en verklighet så som de känner till den, men också för att de behöver identifiera vilka delar som brukar ingå i en textuppgift.

Enligt cirkelmodellen, som finns beskriven i del tre och fyra, behöver elever först bekanta sig med textuppgifternas uppbyggnad i fas 2 genom att studera textuppgifter som modelltexter. I fas 3 kan de därefter arbeta med att gemensamt skapa textuppgifter, antingen utifrån en verklig situation, eller genom att utgå från ett matematiskt innehåll. Genom att låta elever skapa egna textuppgifter får de möjlighet att dels utgå från en verklighet som är begriplig från deras perspektiv. Men de får också möjlighet att få språklig stöttning genom att arbeta med de olika orden och delarna i textuppgifterna.

Referenser

- Barwell, R. (2009). Mathematical word problems and bilingual learners in England. In (Ed.) R. Barwell, *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives*. Bristol, Buffalo, Toronto: *Multilingual Matters*.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16(2), 36-45.
- Gibbons, P. (2013). Stärk språket, stärk lärandet: språk- och kunskapsutvecklande arbetssätt för och med andraspråkselever i klassrummet. *Stockholm: Hallgren & Fallgren*.
- Keitel, C. (1989). Mathematics education and technology. *For the Learning of Mathematics*, 9(1), 7-13.
- Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29.
- Skolverket om cirkelmodellen:
<http://www.skolverket.se/skolutveckling/larande/sprak/ncs/reportage/2010/cirkelmodell-en-en-vag-till-bättre-maluppfyllelse-1.139639>
- Skolverket (2011). Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet.
- Ulin, B. (2011). Verkliga och konstruerade problem. *Nämnamn*, 4, 42-45