

Matematik – Gymnasieskola
Modul: Språk i matematik
Del 3: Cirkelmodellen – texter i matematik

Normer och kommunikation i matematikklassrummet

Eva Norén, Stockholms universitet och Pia Thornberg, Högskolan Kristianstad

Elevers möte med kommunikation i matematik kan påverka deras attityder till och uppfattningar om matematik, och därmed i förlängningen deras lärande. Normer och värderingar som, ofta outtalat, råder kan påverka kommunikationen i klassrummet. Till exempel kan elever som blir uppmuntrade av lärare att delta i samtal komma att ta allt fler initiativ till att medverka i diskussioner och gemensamma samtal. Elever som däremot måste kämpa för att förstå de regler som gäller för kommunikation kan riskera att känna sig osäkra. Det kan medföra att matematikinnehållet riskerar att komma i andra hand.

Yackel och Cobb har uppmärksammat att både sociala och så kallade sociomatematiska normer påverkar arbetet i ett klassrum. Sociala normer handlar bland annat om hur lärare kan initiera grupparbeten eller individuellt arbete, och på vilka allmänna sätt som ordet fördelas i undervisningssituationer eller på vilket sätt det är legitimt att argumentera för sin åsikt på. De sociala normerna gäller i vilket skolämne som helst och är inte relaterade till matematiken. Sociomatematiska normer däremot handlar om normativa aspekter som är specifika för elevernas och lärarens matematiska aktiviteter. Dessa normer kan handla om vad som räknas och värderas som en lösning till ett matematiskt problem, vad som ses som en effektiv lösning, eller vad som räknas som en förklaring eller som ett bevis. Vad som är ett legitimt sätt att ge en förklaring till en lösning på ett matematiskt problem är ett annat exempel på en sociomatematisk norm. Sociomatematiska normer har fokus på att värdera matematiska skillnader. Yackel och Cobb ger följande exempel:

$16 + 14 + 8 = \dots$ presenteras för elever som huvudräkning. Elever får berätta hur de ”tänker”. En elev lägger först ihop tiotalen (från 16 och 14) ”det är 20”, därefter ”6 + 4, det är 10 till, då är det 30, sen är det 8 kvar, det blir 38”.

En annan elev visar hur hon ”tänker” utifrån samma strategi – genom att dela upp tiotal och ental och addera dem var för sig för att sedan addera de ”nya” talen. Läraren frågar då om det är någon i klassen som har adderat talen på *ett annat sätt*, ”har någon adderat annorlunda?” frågar läraren. Här menar läraren att den som räcker upp handen bör använda en annan strategi än att addera talsorterna för sig. ”Jag tog 6 (från 16) och la på 14 och jag hade 10 till, det är 20, sen 8, blir 38”, säger en elev. Läraren uttrycker nu ”det var ett annat sätt”, finns det fler? ”Jag la 8 till 14 ... det är 12 plus 10, alltså lika med 22 ... plus de andra 10, det är 32, och sen 6:an, då fick jag 38”.

Genom att delta i en sådan kommunikation lär sig eleverna indirekt att olika lösningsstrategier, såsom uppdelning av tal i talsorter, omfördelning av ental och tiotal och addition med tiotalsovergång, har ett värde genom att läraren legitimerar dem. Yackel och Cobb säger att

lärare och elever "förhandlar" om lösningars och uppgifters mening. I tryckta läromedel kan det vara så att endast ett sätt att lösa uppgifter på uppmärksammas. Ett exempel i svenska läromedel är skriftliga huvudräkningsmetoder där man introducerar och använder "mellanled". Om eleverna inte uppmuntras till kommunikation om olika sätt att lösa en uppgift på, kan den sociomatematiska normen lätt bli att det är bokens sätt som "gäller". Andra sociomatematiska normer kan leda till att elever lär sig att upptäcka och värdera kamraters lösningar på matematiska problem. Då kanske läraren kan få höra uttryck som "men det där ... det är ju på samma sätt som jag gjorde". Sociomatematiska normer avspeglar sig i de sätt elever agerar i klassrummet. Matematiken är central inom varje sociomatematisk norm. Dessa normer genererar olika klassrumsklimat som kan stödja eller begränsa kommunikation i matematikklassrummet. I förlängningen påverkar sociomatematiska normer elevernas matematiskt tänkande, problemlösande och kritiska tänkande.

Även bland kollegor på en skola eller i ett arbetslag kan det etableras outtalade sociala och sociomatematiska normer. Sådana normer kan, i likhet med normer som etableras i klassrummet, handla om synen på vad som är en god matematikundervisning, vad som är en effektiv lösning på en matematikuppgift eller i vilken omfattning det är accepterat att använda eller inte använda läromedel. Sådana normer kan även få betydelse för den undervisning som sker i klassrummet och vilket lärande som därmed görs möjligt för eleverna.

Cecilia Kilhamn beskriver sociomatematiska normer som regelbundenheter i de matematiska klassrumsaktiviteterna och den matematiska kommunikationen. Även elevers vilja eller ovilja att arbeta med öppna uppgifter hänger samman med vilka sociomatematiska normer som råder kring vad som anses vara en "bra" uppgift och vad lösandet av uppgifter i matematiken egentligen går ut på. Eleverna (och läraren) i Kilhamns studie förväntade sig att uppgifterna de skulle lösa hade endast **ett** rätt svar. En sådan norm förutsätter att man inte arbetar med öppna problem eftersom dessa kan ha flera möjliga svar och ibland kan tolkas på flera olika sätt. Normerna är gemensamt etablerade genom det sociala samspelet i klassrummet. De är dynamiska och specifika för en viss grupp elever och lärare. Oftast är de outtalade eller osynliga, åtminstone tills de förändras eller bryts. Dessa normer märks oftast ifall man studerar undervisningen i ett klassrum under en längre period. I det klassrum Kilhamn studerade fann hon fyra dominerande sociomatematiska normer: de matematiska aktiviteterna var huvudsakligen procedurrella, det vill säga eleverna visade att de var mest intresserade av att få veta hur de skulle göra. Eleverna förväntade sig att de uppgifter de löste skulle ha endast ett rätt svar. Läraren, som aldrig ifrågasattes, var auktoriteten som avgjorde vad som var rätt och fel. Eleverna kunde däremot ifrågasätta såväl läroboken som kamraterna. Den fjärde sociomatematiska normen Kilhamn observerade var att när en elev inte förstod skulle den arbeta med mer med samma slag av uppgifter.

I den här modulen är öppna uppgifter ett genomgående inslag. När lärare introducerar öppna uppgifter i elevgrupper som inte är vana att lösa uppgifter med mer än ett rätt svar kan det möta motstånd. Elever kan till exempel vara ovilliga att komma med mer än ett lösningsförslag, de kan välja lösningar som är väldigt enkla eller uppenbara eller så kan de reagera mot att de inte får arbeta med sitt läromedel eller på det sätt som de är vana vid. Ett

sätt att förklara det eventuella motstånd som kan uppstå när man förändrar etablerade normer är att relatera till begreppet *didaktiskt kontrakt* (Brousseau, 1984). Ett didaktiskt kontrakt handlar om lärares och elevers ömsesidiga förväntningar på interaktionen i matematikklassrummet som byggs upp genom undervisningen. Dessa förväntningar är, i likhet med sociomatematiska normer, oftast implicita och outtalade vilket gör att de blir synliga först när någon bryter mot dem. Detta blir tydligt om till exempel läraren ger en, för eleverna, ny typ av uppgifter eller förändrar arbetssättet i klassrummet. Ett exempel på ett brutet kontrakt kan vara att lärare börjar ställa mer öppna frågor till elever som förväntar sig slutna frågor med ett givet svar. Det didaktiska kontraktet är inget formellt kontrakt men det spelar en stor roll för lärares möjligheter att förändra sin undervisning. Elevers motstånd kan då förklaras i termer av ett brutet didaktiskt kontrakt. Ett didaktiskt kontrakt kan omförhandlas, vilket innebär att tidigare normer kan komma att förändras. Att förändra normer kräver medvetenhet och tid. Tidsaspekten kan vara en förklaring till varför förändringar inte alltid går att göra "över en natt" utan behöver längre tid för att kunna genomföras på ett framgångsrikt sätt.

I de flesta matematikklassrum finns det elever med olika social och kulturell bakgrund. Några har högutbildade föräldrar, andra har föräldrar som inte har så lång skolgång. Några föräldrar har matematikintensiva arbeten, andra inte. En del av eleverna kan ha ett annat modersmål än svenska. Helt säkert är att sammansättningen av elever gör att förväntningarna och kraven på matematikundervisningen varierar, från såväl lärar- som elev- och föräldrahåll. Det gör att det är en fördel om såväl sociala som sociomatematiska normer kan synliggöras, åtminstone för lärarna. En social norm i ett flerspråkigt matematikklassrum kan handla om huruvida kommunikationen är interkulturell eller monokulturell. Om kommunikationen är monokulturell finns det till exempel inget utrymme för att jämföra olika kultururs räknestrategier. I interkulturell kommunikation kan man bland annat jämföra hur man uttrycker orden för tal i talraden på olika språk, eller jämföra hur olika kultururs algoritmer är konstruerade. Ett exempel på en algoritm som är ganska olik en traditionell svensk subtraktionsalgoritm är följande för $314 - 182$:

$$\begin{array}{r} 314 \\ - 182 \\ \hline \end{array}$$

Att lösningen är 132 är inte svårt att förstå, men hur fungerade algoritmen? Det kan upplevas som ett problem för en lärare ifall nyanlända elever använder algoritmer man själv inte är van vid. Det är säkert också ett problem för elever om deras algoritmer eller lösningsstrategier inte legitimeras av matematikläraren.

För elever med ett annat modersmål än svenska kan det också vara svårt att tolka och diskutera matematikuppgifterna när de är formulerade på svenska. Lärarens förklaringar kan skilja sig från förklaringar eleven mött tidigare. Eleven kan ha lärt sig andra ord och beteckningar för begrepp, på sitt första språk, andra algoritmer för olika beräkningar och andra

metoder att formulera och visa sina lösningar på. Som lärare kan det vara svårt att direkt inse att elevens metoder är giltiga.

Om elever får möjlighet att i kommunikationen utreda skillnader i systemet mellan hemlandets och det nya landets matematikundervisning kan de utnyttja de kunskaper de har med sig mer effektivt. För att ta reda på dessa skillnader kan det vara bra att samarbeta med en modersmålslärare som känner till undervisningstraditionen i hemlandet. De sociala normerna kan "förhandlas" i klassrummet så att det blir självklart att elever som hunnit bli säkrare i svenska bistår med erfarenheter från den matematikundervisning de gjort vid sin tidigare skolgång.

Referenser

Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. I H. G. Steiner (Ed.), *Theory of Mathematics education*, pp. 110-119. Occasional paper No. 54, IDM Bielefeld.

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. Acta Universitatis Gothoburgensis, Göteborg

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for research in Mathematics Education*, Vol 27, No 4 (jul., 1996), pp. 458-477.