

Undervisningsmetoder och arbetssätt

Görel Sterner och Lena Trygg, NCM

För att undvika att elever hamnar i matematiksvårigheter och för att ge bästa möjliga förutsättning att möta elever i matematiksvårigheter ska matematikundervisningen vara utformad så att den erbjuder alla elever goda möjligheter att lära sig matematik.

Alla elever bör få möta en variation av arbetssätt i matematikundervisningen. De ska ges en god, välstrukturerad undervisning och handledning, men också möjlighet att utforska matematiken både på egen hand och tillsammans med kamrater. Lärare planerar och utformar sin undervisning så att alla elever ges bästa möjliga förutsättningar att utveckla sin matematiska förmåga. Planeringen bör vara en helhet som omfattar mål, delmål, aktiviteter, resurser i form av exempelvis läroböcker, digitala verktyg och laborativa material, kriterier för bedömning, bedömningsformer etcetera.

Lärares beslut i klassrummet påverkas i hög grad av lärares resurser, föreställningar och mål (Schoenfeld, 2010). Det gäller bland annat valet av undervisningsmetoder i matematikklassrummet. Hur undervisningen ser ut för hela klassen får i sin tur konsekvenser för vilka extra anpassningar som blir möjliga.

En ytterlighet av matematikundervisning kan karakteriseras av att läraren inleder lektionen med en genomgång som introducerar begrepp och metoder, och därefter fortsätter eleverna att arbeta enskilt i läroboken. Denna undervisningsform startar ofta i abstrakt matematik, även om den exemplifieras med ett vardagligt sammanhang, och är vanligt förekommande i svenska klassrum (Skolinspektionen, 2009). Om detta ses som en ytterlighet så är den andra ytterligheten ofta benämnd som en varierad undervisning eller ett undersökande arbetssätt. Där samlas exempelvis benämningar och begrepp som problembaserad undervisning, individualisering, grupparbete, utomhusmatematik, IKT-baserad undervisning, laborativt arbetssätt, verklighetsnära matematik, vardagsmatematik, formativ klassrumspraktik, och så vidare.

Mellan konkretiserande material och abstrakt tänkande

Matematik handlar om att generalisera och abstrahera och lärare använder ofta konkretisering av olika slag när språket och fantasin inte räcker till för att förklara ett matematikinnehåll (Löwing & Kilborn, 2002). Undervisning som startar i formell och abstrakt matematik leder ofta till en *konkretiserande undervisning*. För de elever som visar att de inte har tillräcklig förståelse för att fortsätta sitt arbete på den abstrakta nivån får läraren konkretisera innehållet, till exempel förtydliga och åskådliggöra med konkret material och illustrationer medan övriga elever fortsätter på den, mer eller mindre, abstrakta nivån (Holt, 1982). I ett *undersökande arbetssätt* ges alla elever möjlighet att delta och starta från den nivå de befinner sig på. Jämför exempelvis med Bruners (1966) tre representationsnivåer

handlingsbaserat, ikoniskt eller bildmässigt, och symboliskt. När området är helt nytt för eleverna kan de starta med den informella förståelse de redan har med sig. Alla elever behöver inte börja med konkret arbete utan elever med tillräckliga förkunskaper kan gå in på en ikonisk eller abstrakt nivå direkt. Eleverna kan sedan stanna olika länge på de skilda nivåerna när de enskilt och i diskussion med kamrater och lärare arbetar vidare med olika grader av utmanande aktiviteter.

Den matematik som elever möter på lågstadiet är möjlig att konkretisera, och förutom konkreta föremål kan även bilder, metaforer och tidigare erfarenheter användas för att konkretisera ett speciellt matematikinnehåll. Konkreta material i sig förbättrar inte elevers lärande i matematik, men de kan vara betydelsefulla verktyg för undervisningen i matematik (Ball, 1992) där lärarens roll är avgörande för vilken effekt de får för elevernas lärande. En studie av Paul Cobb (1995) visar också tydligt att material i sig inte innehåller matematiska begrepp utan är ett värde som behöver tillföras. Elever kan hamna i svårigheter med att förstå matematik därför att de på egen hand inte kan göra kopplingar mellan ett konkret handhavande av material och ett abstrakt tänkande. Av den anledningen behöver läraren vara uppmärksam så att elever inte blir beroende av ett visst material och alltid måste ha det till hands för att kunna utföra även enkla beräkningar. En djup förståelse för ett matematiskt begrepp innebär att eleverna abstraherat begreppet och kan tänka på det utan att vara beroende av objekt som de ser eller kan ta på. Eleverna har fått ett verktyg att använda och de bör erbjudas många möjligheter att använda det, både i olika sammanhang och som färdighetsträning (Löwing & Kilborn, 2002).

Framgångsrika undervisningsmetoder

I en metaanalys med fokus på undervisningsmetoder som har prövats med elever i svårigheter har Gersten m.fl. (2009) undersökt metodernas effekt på elevernas kunskapsutveckling i matematik. Forskarna kommer bland annat fram till att explicit undervisning, användning av heuristik, visuella representationer, verbalisering och sekvensering av uppgifter tycks ha positiva effekter. Var och en av dessa metoder beskrivs närmare nedan, med utgångspunkt i Gersten m.fl. (2009).

Explicit undervisning

Explicit undervisning är uttrycklig och tydlig, och innebär oftast att undervisningen rör sig från det mer konkreta till det mer abstrakta på ett strukturerat sätt. Det vanliga är att läraren i mindre grupper eller tillsammans med en elev inledningsvis presenterar en modell för en specifik Lösningsstrategi. Läraren ”tänker högt”, visar och förklarar steg för steg hur lösningen kan genomföras. Elev och lärare byter sedan roller och eleven löser liknande uppgifter och beskriver undan för undan Lösningsstrategin. Efter hand som eleven känner sig säkrare läggs större ansvar på denne att genomföra Lösningsprocessen.

Användning av heuristik

Att använda heuristik är en strategi som har en undersökande karaktär och den är en betydelsefull del av eller ett komplement till explicit undervisning. Ordet ’heuristisk’ kommer av grekiskans ’heuriskein’ och betyder ’att finna’. Eleverna får en uppgift inklusive

förslag till flera möjliga Lösningsstrategier och kan tillsammans med läraren diskutera deras för- och nackdelar. Ett exempel är när elever och lärare tillsammans undersöker olika strategier för multiplikation. Multiplikationen $9 \cdot 5$ har samma värde som $5 \cdot 9$, så det är fritt att välja om man vill lösa uppgiften på det ena eller det andra sättet. De båda strategierna $5 \cdot 10 - 5 \cdot 1$ och $5 \cdot 5 + 4 \cdot 5$ ger också samma resultat. Enligt Gersten m.fl. (2009) ger resultat från studier som använde flera heuristiska strategier stöd för att låta elever i matematiksvårigheter i samspel med lärare och kamrater möta och pröva fler än ett sätt att lösa en uppgift eller ett problem.

Visuella representationer

Visuella representationer som bilder, grafer och diagram är vanligt förekommande i matematikundervisningen. Effekten av att använda visuella representationer i matematikundervisningen för elever i matematiksvårigheter är beroende av hur specifikt det lyfts fram och används. Effekten blir större om läraren väljer vilken representation som är lämplig i den aktuella situationen än om eleven väljer själv. Resultatet blir också mer positivt när visuella representationer är en tydlig del i ett undersökande arbetssätt. Visuella representationer har också bättre effekt när lärare och elever arbetar med dem tillsammans, jämfört med när endast eleven använder dem.

Verbalisering

En del elever arbetar varken metodiskt eller strategiskt när de försöker hitta en lämplig Lösningsstrategi utan kombinerar tal som ingår i uppgiften på ett slumpartat sätt. När elever får hjälp att verbalisera sina tankar genom att "tänka högt" eller skriva och illustrera de strategier som de använder ger det genomgående goda effekter.

Sekvensering av uppgifter

En väl genomtänkt lektionsserie med omsorgsfullt utvalda uppgifter, presenterade i en strukturerad sekvens, hade god effekt på elevernas förmåga att lösa matematikuppgifter. En sådan strategi kan vara särskilt betydelsefull när syftet med undervisningen är att eleven ska utveckla förståelse för nya matematiska begrepp och idéer. Utveckling av förmågan till transfer, det vill säga att kunna använda kunskaper i nya situationer, gynnas av att elever får arbeta med en rad varierade problem som representerar samma matematiska idé.

Konkret – representativ – abstrakt

I studier som beskriver framgångsrika undervisningsmetoder hänvisas ofta till explicit undervisning som börjar med handhavande av konkreta objekt som sedan representeras på olika sätt för att slutligen abstraheras i matematiska symboler. I engelskspråkig litteratur betecknas metoden Concrete-Representational-Abstract (CRA).

CRA har visat sig framgångsrikt i matematikundervisning för vuxna med adhd och matematiksvårigheter (Allsopp, Kyger & Lovin, 2007), i helklassundervisning i grundskolan (Witzel, Mercer & Miller, 2003) och som ett sätt att förebygga matematiksvårigheter genom tidiga insatser redan i förskolan (Clarke m.fl., 2011). En utveckling av CRA är det som i svensk matematikdidaktisk forskning och i utvecklingsarbeten (Lundberg & Sterner, 2006) skrivs fram som *fyra faser*, vilka är

1. den konkreta, laborativa fasen
2. den representativa fasen
3. den abstrakta fasen
4. återkopplingsfasen.

1. Den konkreta, laborativa fasen

Genom att arbeta muntligt i kombination med att använda konkret material som räknebrickor, knappar, ”plockisar”, tiobasmaterial och så vidare, ges eleven möjlighet till multisensoriska erfarenheter som kan bidra till att matematiska begrepp och idéer blir begripliga. Det ger också kinestetiska (rörelse) och taktila (röra vid) erfarenheter som kan minska svårigheter kopplade till arbetsminnet. När eleven klart och tydligt med egna ord kan berätta om det aktuella begreppet, är det dags att börja arbeta i den representativa fasen.

2. Den representativa fasen

Eleven arbetar med att rita egna bilder eller använda färdiga illustrationer som lösningar på textuppgifter och andra problem, åtföljt av matematiska resonemang. Jämför med ”Visuell representation”. I den här fasen utnyttjar eleven sina erfarenheter och den förståelse som har utvecklats genom arbetet på den konkreta, laborativa nivån. Enkla bilder, streck, cirklar etcetera kan användas så att eleven kan lösa uppgifter utan åskådligt konkret material. Genom att lära sig att rita lösningar får eleverna tillgång till tre användbara redskap för sitt lärande:

- De kan utvidga sin konkreta förståelse till en nivå som är mer abstrakt, men inte så abstrakt att den blir meningslös.
- Att rita lösningar är en utmärkt problemlösningstrategi som kan generaliseras och användas i många olika situationer.
- Eleverna har alltid en strategi att använda och kunna gå tillbaka till om de ”fastnar” i arbetet på den abstrakta nivån.

3. Den abstrakta fasen

När eleverna har en klar och säker konkret och representativ förståelse för ett begrepp kan de fördjupa och utvidga sin förståelse till den abstrakta nivån där de använder matematikens symbolspråk. I den här fasen av arbetet börjar eleverna lösa problem och utföra operationer ”i huvudet”.

4. Återkopplingsfasen

Lärarens roll i den fjärde fasen är att hjälpa eleven att befästa och återkoppla idéer och färdigheter och att lyfta fram samband med andra begrepp och idéer som eleven har arbetat med. Detta utgör sedan grund för fortsatt lärande.

Halvkonkret och halvabstrakt

En utveckling av ovanstående fyra faser beskrivs av Heddens (1986). Hans forskning visar hur läraren kan hjälpa elever att gå från det konkreta arbetet med laborativa material till ett abstrakt matematiskt symbolspråk. Det som tillkommer jämfört med ovanstående beskrivning, är att den representativa fasen delas upp i två delar där eleverna tar mindre och tydligare steg från en halvkonkret nivå till en halvabstrakt.

- *Konkret.* Arbeta med laborativa material.
- *Halvkonkret.* Den halvkonkreta nivån är en representation av en verklig situation. Laborativa material byts mot föreställande bilder.
- *Halvabstrakt.* Den halvabstrakta nivån medför en symbolisk representation av konkreta föremål, men symbolerna ser inte ut som föremålen utan består av informella symboler som exempelvis ringar eller streck.
- *Abstrakt.* Bilder och informella symboler ersätts med formella symboler, räkneregler, räknelagar och andra konventioner.

Det inledande steget handlar om att hålla i och hantera konkreta material. Deborah Ball (1992) menar att även om sådana kinestetiska upplevelser kan bidra till ökad varseblivning och tänkande ”vandrar inte förståelsen genom fingertopparna och upp genom armen” (s. 47). Det finns alltså en risk att steget från det laborativa arbetet till ett abstrakt arbete i en lärobok blir för abrupt och stort om inte elever får hjälp att ta stegen emellan konkret och abstrakt. Hur många fina illustrationer och genomtänkta och utprovade uppgifter det än finns i en lärobok är det lätt hänt att den formella matematiken tar över för tidigt i elevens begreppsbyggnad. För läraren som redan behärskar ett matematikinnehåll kan steget från det konkreta till det abstrakta kännas effektivt, men för elever som håller på att lära sig ett för dem nytt innehåll kan det bli helt obegripligt. Det kan till och med bli så att det konkreta arbetet blir kontraproduktivt. Stegen *mellan* ytterligheterna konkret arbete och abstrakt tänkande får inte ”effektiviseras” bort.

Ball (1992) lyfter också fram att behovet av halvkonkreta och halvabstrakta nivåer kan variera mellan olika elever. Elever som är särskilt begåvade i matematik kan oftast komma till den helt abstrakta nivån snabbt eftersom förmågan att abstrahera och göra generaliseringar hör till det som utmärker särbegåvning. För elever i matematiksvårigheter kan ett för abrupt steg från användning av konkret material till formell och abstrakt matematik göra att det konkreta arbetet blir helt meningslöst och ibland kan en del elever till och med uppleva formell skolmatematik som mer konkret när de kan se hur många uppgifter eller sidor som de har räknat. I vissa situationer blir det också uppenbart att elever befinner sig på fel representationsnivå. Det kan exempelvis visa sig i att elever har svårt att uppfatta tredimensionella former när de visas tvådimensionellt, som när en kub avbildas på tavlan, eller när en app används för arbete med geobräde eller mångsidiga tärningar utan att eleverna först fått möta de fysiska motsvarigheterna. Ett annat exempel är när en elev inte

kan generalisera $23 + 4$ eller $30 + 40$ från $3 + 4$; den eleven bör inte vara på den abstrakta nivån utan arbeta mer med representationer på tidigare nivåer.

Explicit undervisning i praktiken

De fyra faser från konkret till abstrakt som beskrivs ovan ligger till grund för en undervisningsmodell som med framgång har prövats i förskoleklass (Sternier, 2015) och håller på att prövas i årskurs 1–3 inom forskningsprojektet Arena for Mind, Brain, Learning and Environment (AMBLE). Undervisningsmodellen innefattar undervisningscykler uppdelade i sex steg (Sternier, 2015) som vanligtvis tar sammanlagt tre lektioner att genomföra. Under ett läsår genomförs cirka 20 cykler. Varje cykel behandlar ett specifikt matematiskt innehåll och följer en gemensam struktur. Alla lektioner i cykeln inleds med talramsor. Dessa kan ha fokus på talföljder, talkompisar, multiplikation, tal i bråkform etcetera, beroende på det aktuella matematiska innehållet. I den första lektionen följer sedan en inledande klassaktivitet, och därefter ett pararbete. Pararbetet följs upp med en helklassdiskussion kring elevernas lösningsförslag och därefter individuell dokumentation. Cykeln avslutas med en uppföljande helklassdiskussion. De sex stegen fyller vart och ett både sin egen specifika funktion och spelar en speciell roll i cykeln som helhet. Nedan beskriver vi de olika stegen mer ingående.

Talramsa

Syftet med att inkludera talramsor i undervisningen är att ge eleverna många erfarenheter av att använda talsystemets struktur. Alistair McIntosh (2008) argumenterar för att körräkning bör förekomma på alla nivåer i grundskolan. Att säga och höra talföljder och att känna rytmen i kroppen då man räknar taktfast i kör, till exempel i 2-, 5- eller 10-steg, bidrar till att stärka känslan för mönster och struktur i talsystemet och fungerar som ett värdefullt stöd vid huvudräkning. På liknande sätt är stegvis uppräknings ett stöd i arbetet med att lära sig tal i bråkform och decimalform. Genom att låta eleverna räkna i kör på en viss talföljd och sedan be dem skriva samma talföljd kan det talade och det skrivna språket samspela och stödja varandra. Flyt i räkning, som på en elementär nivå kan handla om att med säkerhet kunna räkna uppåt och nedåt på olika talföljder, avlastar arbetsminnet och underlättar för eleverna att använda sin mentala kraft till mer komplex problemlösning och djupare resonemang.

Klassaktivitet

I den inledande klassaktiviteten introduceras ett problem för eleverna. Läraren och eleverna arbetar tillsammans med att undersöka aktuella begrepp och deras innebörder genom att till exempel med hjälp av multilinkklossar skapa modeller av begreppet eller av den situation som beskrivs i problemet.

Pararbete

Under pararbetet arbetar eleverna i par eller små grupper med utvidgade aktiviteter som liknar dem de tidigare gjorde tillsammans i klassaktiviteten. Lärarens uppgift är att gå runt bland eleverna, lyssna in deras resonemang och fånga upp tankar och idéer för att vara väl

förberedd inför diskussionen i helklass. När eleverna diskuterar med varandra och mer spontant ger uttryck för sina uppfattningar kan läraren få andra insikter om deras tankar och idéer, än i situationer där direkta frågor ställs som eleverna försöker tolka och besvara. Pararbetet är inte ett tillfälle för läraren att förklara eller gå igenom saker, men självklart kan läraren ge eleverna en hint eller en fråga som hjälper dem att komma vidare i sitt arbete. Eleverna sparar sedan sina lösningsförslag som underlag för helklassdiskussionen.

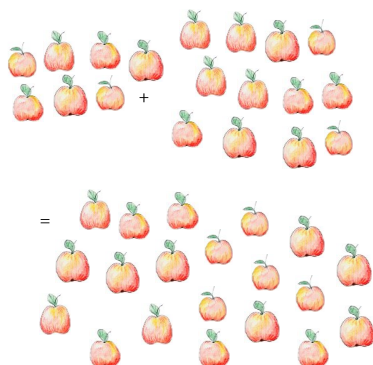
Individuell dokumentation

För att stödja utvecklingen av elevernas uppfattningar och tänkande om tal är deras egen dokumentation en återkommande del i undervisningen. När eleverna löser problem och dokumenterar sina lösningar så kopplar det tillbaka till deras erfarenheter av tidigare gemensamma aktiviteter med kamrater och lärare. Ett underliggande antagande är att de på så sätt stimuleras att omskapa, bearbeta och fördjupa sina uppfattningar om den matematik de arbetar med. Elevernas dokumentation blir i den uppföljande diskussionen utgångspunkt för resonemang och jämförelser om likheter och skillnader mellan olika lösningsförslag. På så sätt får eleverna möjlighet att ytterligare reflektera över sin egen dokumentation och sina strategier i relation till kamraternas.

Helklassdiskussion

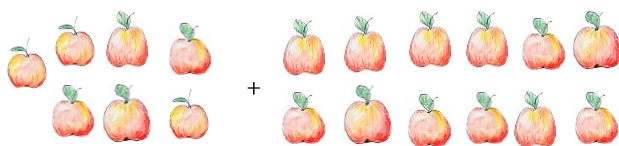
Varje cykel innehåller flera diskussioner i helklass. Diskussionerna utgår alltid från elevernas eget arbete, och börjar med att några elever får presentera vad de har gjort och hur de har tänkt. I den första diskussionen lyfts några aspekter av innehållet i pararbetet. Klassen samlas och elever och lärare resonerar om likheter och skillnader i elevernas lösningsförslag och om likheter och skillnader i att använda olika representationer för samma matematiska innehåll. Syftet med diskussionen är att eleverna ska få hjälp att skapa samband mellan olika sätt att representera ett matematiskt begrepp eller en situation uttryckt i matematiska termer. I den uppföljande diskussionen på sista lektionen i varje cykel återvänder klassen till de viktigaste aspekterna, lyfter fler och kopplar också samman dessa med tidigare cykler och andra matematiska frågor. En utmaning för undervisningen är att få alla elever att delta i diskussionen. Till viss del är detta en fråga om klassrumskultur, som kan behöva byggas upp över tid för att skapa en kultur där alla är aktiva och delaktiga, där misstag och felaktiga lösningar lyfts i minst lika hög utsträckning som korrekta och rationella lösningar. Att värdera fel och misstag, och utnyttja deras potential för lärande, är en värdefull del i ett öppet och inkluderande matematikklassrum (Boaler, 2017). Matematiker på alla nivåer testar, prövar, analyserar och ändrar för att komma fram till en lösning vilket visar att räknefel och misstag är en naturlig del av matematiskt arbete. Om en elev inte getts möjlighet att förstå uppgiften kommer eleven antagligen inte heller att ha möjlighet att delta i diskussionen av korrekta lösningar. Risken är då stor att eleven blir oengagerad och inte alls deltar. Ifall redovisningen innehåller ett misstag, kan klassen identifiera det tillsammans, försöka förstå det, och komma fram till hur de kan göra istället. Elever som vet att de gjort rätt behöver oftast inte uppmuntras att berätta om det. Dessutom utgör själva redovisningen – att få förklara hur man tänkt – ett extra övningstillfälle som de som har gjort misstag naturligtvis behöver mer än de som inte har gjort det. Självklart är det också

av betydelse hur lärare bemöter elevernas misstag. Räkne- och slarvfel är inte så intressanta som diskussionsunderlag; de är främst en indikator på vad eleven behöver mer färdighetsträning i. Begreppsliga misstag är däremot en utmärkt utgångspunkt för diskussion. Exempel: en elev har ritat följande bild (figur 1) för att visa en av tjugokompisarna.



Figur 1. En elevteckning.

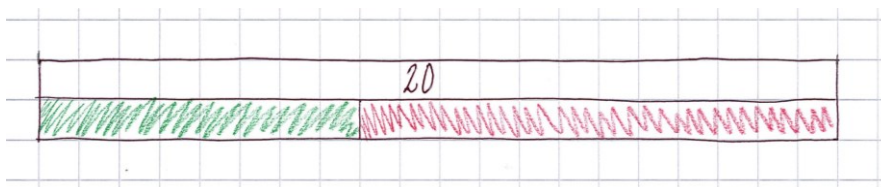
Om lärarens återkoppling fokuserar på att det saknas ett äpple i den översta gruppen får eleven inte mycket hjälp och stöd att hitta fungerade strategier och metoder. Om istället återkopplingen fokuserar varför och hur elever kan rita för att lättare se att de gjort rätt, kan de ges möjlighet att erövra en mer generell kunskap. Läraren kan börja med att fråga om någon kan se vilken tjugokompis eleven har ritat, och även fråga om denne håller med om kamratens svar. Kanske upptäcker eleven själv sitt misstag, att ett äpple saknas och kan då försöka förklara varför det kan ha blivit så. Läraren kan då fråga om eleven kan rita på något annat sätt så att det blir lättare att se att antalet stämmer (figur 2).



Figur 2. En mer strukturerad teckning.

Hade eleven ritat äpplena i rader med par hade han/hon sett att det blir ett ensamt äpple. Alltså måste han/hon ha ritat ett udda antal äpplen och det kan inte vara riktigt eftersom 20 är ett jämnt tal. Genom att bjuda in andra elever i diskussionen, och jämföra med andra elevlösningar, kan läraren styra diskussionen till att handla om struktur i bilder och tal. Läraren kan även lyfta fram det positiva i att studera en felaktig lösning då det gjorde att klassen kunde diskutera ändamålsenliga strategier och alternativa lösningar.

Klassen bör därför resonera om lösningar som är särskilt effektiva eller tydliga. De kan användas som inspiration för att utmana andra elever att testa en tydligare representationsform. ”Går det att rita exemplet på tjugokompisar som en stapelmodell?” (figur 3).



Figur 3. En tjugokompis representerad i en stapelmodell.

Exemplet visar också hur lärare kan be elever berätta ”hur de tror att andra har tänkt” eller ”använda sina metoder på andras lösningar”. Om läraren interagerar med klassen genom att ställa frågor till andra elever, än de som redovisar, kommer eleverna att förstå att de ska lyssna på varandra och vara beredda på att svara på frågor om kamraternas arbete. Detta är en betydelsefull del i en inkluderande klassrumsmiljö.

Referenser

- Allsopp, D. H., Kyger, M. M., & Lovin, L. A. (2007). *Teaching mathematics meaningfully: Solutions for struggling learners*. Baltimore: Brookes.
- Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator*, 16(2), 14–18, 46–47.
- Boaler, J. (2017). *Matematik med dynamiskt mindset: hur du frigör dina elevers potential*. Natur & Kultur.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass.: Belknap Press.
- Clarke, B., Smolkowski, K., Baker, S., Fien, H., Doabler, C. T. & Chard, D. (2011). The impact of a comprehensive tier 1 kindergarten curriculum on the achievement of students at-risk in mathematics. *Elementary School Journal*, 111(4), 561–584.
- Cobb, P. (1995). Cultural tools and mathematical learning: a case study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(4), 362–385.
- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: a meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242.
- Heddens, J. (1986). Bridging the gap between the concrete and the abstract. *The Arithmetic Teacher*, 33(6), 14–17.

- Holt, J. (1982). *How children fail*. London: Penguin.
- Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och Kultur.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- McIntosh, A. (2008). *Förstå och använda tal – en handbok*. NCM, Göteborgs universitet.
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think. A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York: Routledge.
- Skolinspektionen. (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet* (2009:5).
- Sterner, G. (2015). *Tal, resonemang och representationer – en interventionsstudie i matematik i förskoleklass*. Licentiatuppsats. Göteborgs universitet.
- Witzel, B. S., Mercer, C. D., Miller, M. D. (2003). Teaching algebra to students with learning difficulties: An investigation of an explicit instruction model. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(2), 121–131.