

Anpassa problemuppgifter

Johan Åkerstedt, Högskolan Dalarna; Helena Grundén, Högskolan Dalarna

I denna text presenteras hur anpassningar av problemuppgifter kan göras utifrån olika syften. En avgränsning kommer att göras mellan anpassningar av det matematiska innehållet och anpassningar av hur en problemuppgift presenteras avseende språk och visuella hjälpmedel.

Olika typer av anpassningar

När man arbetar med problemlösning är det viktigt att eleverna får arbeta med uppgifter som utmanar dem på en lagom nivå. För att utmaningen ska bli på en lagom nivå behöver eleverna förstå innehållet i uppgiften och vad som efterfrågas. Det innebär att elever som möter problemuppgifter behöver ha kunskaper om ord och begrepp som förekommer i uppgiften. Eleverna behöver också fundera över vilken information i uppgiften som är relevant eller irrelevant (Orosco, 2011). Det innebär att man som lärare kan behöva anpassa uppgifter för att de ska passa den egna elevgruppen.

Sammanfattningsvis innebär anpassningar av problemuppgifter att modifiera matematikinnehållet eller modifiera det sätt som uppgiften presenteras. Det kan handla om att matematikinnehållet i problemuppgiften är för lätt eller för svårt för elevgruppen eller för enskilda elever. Det kan också handla om att det språk som används för att presentera uppgiften eller den kontext som finns i uppgiften ”står i vägen” för elevens möjligheter att förstå uppgiften.

Kurz et al. (2017) beskriver tre olika typer av anpassningar som kan göras av uppgifter utan att det matematiska innehållet ändras:

1. visuella anpassningar
2. språkliga anpassningar
3. strukturella anpassningar.

Visuella anpassningar handlar om hur material och bilder kan användas för att göra uppgiften tydligare. Både språkliga anpassningar och strukturella anpassningar handlar om grammatik, val av ord och hur text byggs upp.

Anpassningar i presentationen av uppgiften

När presentationen av problemuppgiften anpassas handlar det om att modifiera uppgiften så att det sätt som uppgiften presenteras på inte står i vägen för det lärande i matematik som problemuppgiften syftar till. I denna typ av anpassningar behöver man vara medveten om att ändringar i hur uppgiften presenteras även kan leda till ändringar gällande det matematiska innehållet.

I litteratur om anpassningar av uppgifter beskrivs ofta anpassningar av textuppgifter, men problemuppgifter kan också presenteras på andra sätt än genom text som elever förväntas läsa själva. Även när problemuppgifter presenteras på andra sätt än skriftligt behöver läraren tänka på vilka ord som används, hur presentationen struktureras och vilka visuella hjälpmedel som kan vara till hjälp för att göra uppgiften mer tillgänglig.

I presentationen av en problemuppgift kan visuella anpassningar göras, det vill säga laborativt material eller bilder kan användas för att åskådliggöra och förtydliga delar av uppgiften (Kurz et al., 2017). Bilder kan användas med olika syften, till exempel för att visa ett händelseförlopp, utgöra ett verktyg för beräkning eller som en faktaruta (Norberg, 2020). Om bilder används i anpassning av problemuppgifter – exempelvis för att illustrera ord eller händelser som kan vara obekanta för eleverna – är det viktigt att bilden inte utformas så att den kan användas för beräkningar eftersom eleven då presenteras en möjlig strategi. Det kan medföra att uppgiften går från att vara en problemuppgift till att vara en rutinuppgift.

I en forskningsöversikt om andraspråkselever och matematik presenterar Abedi et al. (2006) språkliga anpassningar och exempel på hur en text kan ändras för att öka tillgängligheten. De framhåller att välbekanta och korta ord samt korta enkla eller sammansatta meningar underlättar för elever att förstå. De rekommenderar därför att i uppgifter använda välbekanta ord som elever vanligtvis möter samt att ord som används på andra sätt i vardagligt språk eller har dubbla betydelser utesluts eller definieras. För bättre tillgänglighet rekommenderas att använda presens och att inleda frågor med frågeord (Abedi et al., 2006).

Nedan följer ett exempel på en språklig anpassning av en textuppgift inspirerat av Kurz et al. (2017). Den ursprungliga uppgiften:

I en koloni på Antarktis fanns 160 pingviner. $\frac{1}{4}$ av pingvinerna var honor som häckade på stranden. Hur många pingviner häckade på stranden?

Den anpassade uppgiften:

På en strand finns 160 fåglar

$\frac{1}{4}$ av fåglarna ligger på ägg

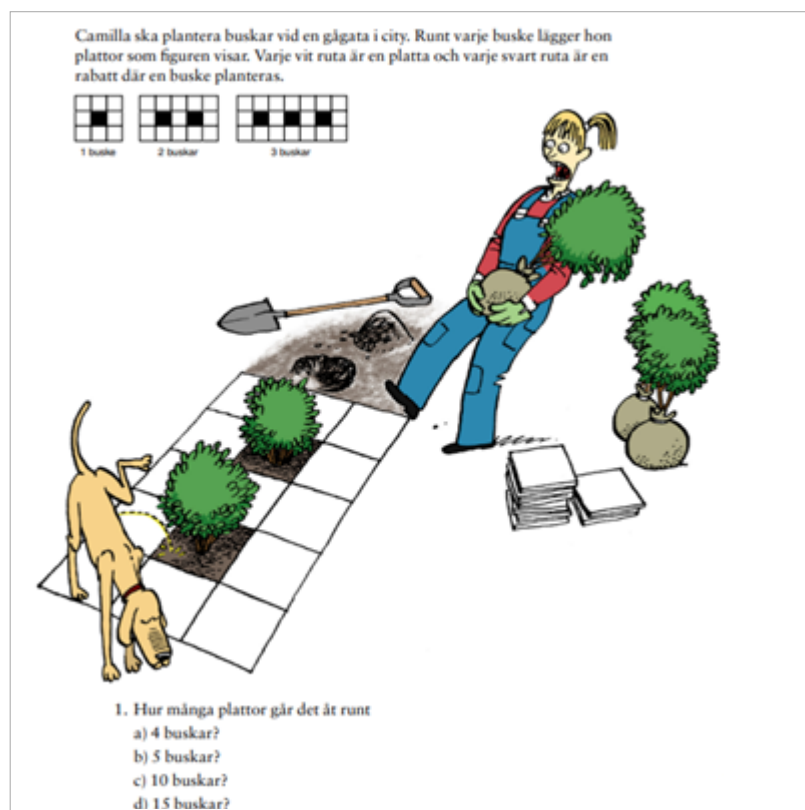
Hur många fåglar ligger på ägg?

I denna anpassning förekommer både språkliga och strukturella anpassningar. Ord som kan tänkas vara obekanta för eleverna har bytts ut eller tagits bort, pingviner har bytts ut mot fåglar, ordet koloni har tagits bort, Antarktis har bytts ut mot en strand. Även momentet att honor häckade har tagits bort och ersatts av ligger på ägg. Uppgiften har strukturerats på ett annat sätt så att varje mening står på en egen rad. Dessutom har tempus i meningarna bytts till presens.

Här följer ett annat exempel på hur en uppgift kan anpassas.

Figur 1

Exempel på problemuppgift med tillhörande bild



Kommentar. Originalen till bilden och problemuppgiften finns i boken "32 Rika problem" (Larsson, 2007). I denna text är bilden beskuren.

I presentationen av uppgiften används en bild som ska förtydliga och göra det lättare för eleverna att förstå vad de ska göra. I uppgiften finns ord, till exempel **city** och **rabatt**, som kan vara obekanta för elever. Ordet **rabatt** kan därtill ha två betydelser. Dessutom kan meningarna i uppgiften upplevas som långa och svåra att läsa. Sammantaget kan det sätt som uppgiften presenteras på göra det svårt för vissa elever att urskilja vad uppgiften handlar om och hur den skulle kunna lösas. Även om uppgiften skulle presenteras muntligt kvarstår samma problematik. Genom att byta ut eller ta bort ord, förkorta meningarna och förändra strukturen kan presentationen av uppgiften förändras medan det matematiska innehållet förblir oförändrat.

Camilla planterar buskar. Runt varje buske lägger Camilla plattor som figuren visar.

Varje vit ruta är en platta.

Varje svart ruta är en buske.

Hur många plattor går det åt runt

- a) 4 buskar?
- b) 5 buskar?
- c) 10 buskar?
- d) 15 buskar?

En del i presentationen av problemuppgifter är att placera matematiken i ett sammanhang. För att problemuppgifterna ska vara tillgängliga behöver detta sammanhang – kontexten – vara bekant och relevant för eleverna, vilket betyder att problemuppgifter kan behöva anpassas utifrån de egna eleverna. Kontexten i matematikuppgifter kan till exempel relatera till individers och familjers vardag, samhällsliga aspekter, arbetsliv eller vetenskap och teknik (Sollerman & Winnberg, 2019).

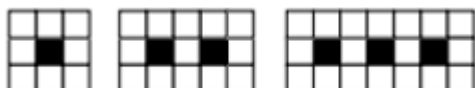
Det kan även finnas kulturella skillnader i vad som är bekant och relevant. Norén (2010) visar att en uppgift som utgick från en för många barn välkänd saga medförde bekymmer för elever med annan kulturell bakgrund som inte kände till sagan, detta trots att de fick uppgiften presenterad på sitt modersmål. I ett annat exempel beskriver Norén och Caligari (2021) hur en uppgift som handlar om en utflykt till Kolmården blev svår för elever som inte förstod innebörden av att åka på utflykt och inte kände till Kolmården. Exemplet från Norén och Caligari handlar också om att bilderna bär mening i form av numerisk information, man kan helt enkelt inte lösa uppgiften utan bilderna. Det innebär att bilder med främmande kontext stör och gör det ännu svårare för elever att lösa uppgifter av detta slag.

Ett sätt anpassa uppgifter är därmed att förändra eller ta bort kontexten. Uppgiften med buskarna som presenterades ovan skulle med sådana anpassningar kunna se ut så här:

Figur 2

Anpassad ”Buskar på rad” utan kontext

Runt varje svart ruta finns vita rutor som figuren visar.

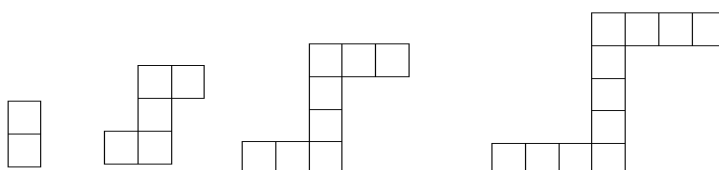


Hur många vita rutor går det åt runt

- a) 4 svarta?
- b) 5 svarta?
- c) 10 svarta?
- d) 15 svarta?

Uppgiften kan också anpassas genom att låta mönstret växa på ett annat sätt, det vill säga genom att visualiseringen av mönstret ser annorlunda ut.

Figur 3



Figur 1 Figur 2 Figur 3 Figur 4

Hur många rutor består

- a) figur 4 av?
- b) figur 5 av?
- c) figur 10 av?
- d) figur 100 av?

Anpassningar där matematikinnehållet ändras

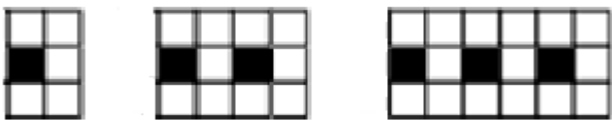
Anpassningar av problemuppgifter kan också göras utifrån att det matematiska innehållet behöver ändras för att göra uppgiften lättare eller svårare för en elev eller elevgrupp. Ett första steg i en sådan anpassning är att analysera matematikinnehållet. Baserat på Webbs (1979) beskrivning av egenskaper i matematikuppgifter kan matematikinnehållet förstås dels utifrån de matematiska idéer, matematiska begrepp och matematikrelaterade ord en uppgift innehåller dels som de Lösningsstrategier och procedurer uppgiften inbjuder till. De matematiska idéerna kan till exempel kategoriseras i områden som aritmetik, algebra och geometri eller som underkategorier av dessa som till exempel proportionalitet eller area. Matematiska begrepp och matematikrelaterade ord kan till exempel vara begrepp som addition, area och kvadrat eller ord som framför, bredvid, fler och tillsammans.

En anpassning av en uppgift kan innebära att anpassa någon del av matematikinnehållet. I uppgiften ”Buskar på rad” kan en analys av de matematiska idéerna identifiera idén ”mönster som en aritmetisk talföljd med ett startvärde”, där startvärde innebär att det finns en rad med tre plattor på första figuren som inte finns på de andra. Baserat på analysen kan uppgiften förenklas genom att startvärdet tas bort men att eleverna fortfarande ska arbeta med aritmetisk talföljd. Uppgiften kan då se ut så här:

Figur 4

”Buskar på rad”, modifierad bild

Runt varje svart ruta finns vita rutor som figuren visar.



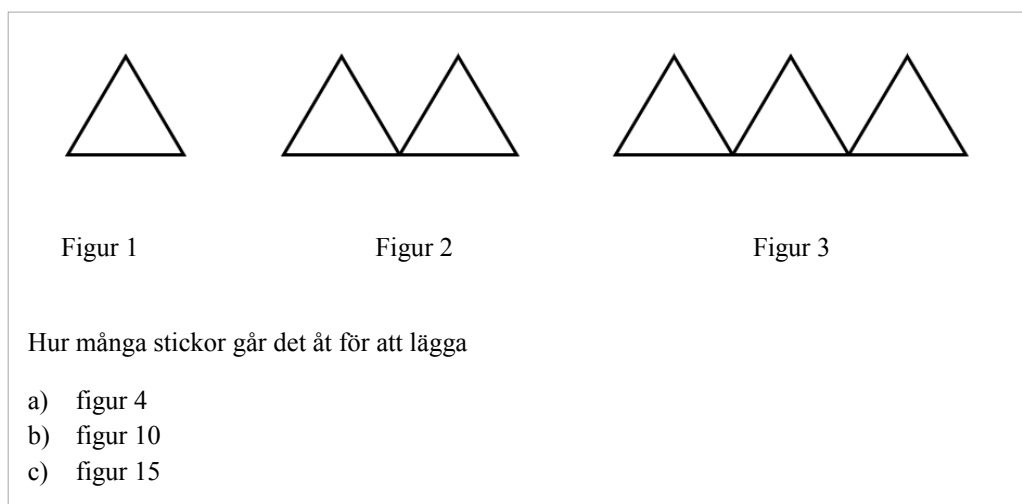
Hur många vita rutor går det åt runt

- a) 4 svarta?
- b) 5 svarta?
- c) 10 svarta?
- d) 15 svarta?

Genom analysen av uppgiften och insikten att ”startvärdet” kan utgöra en svårighet kan uppgiften också anpassas och omformuleras. Genom anpassningen kan också

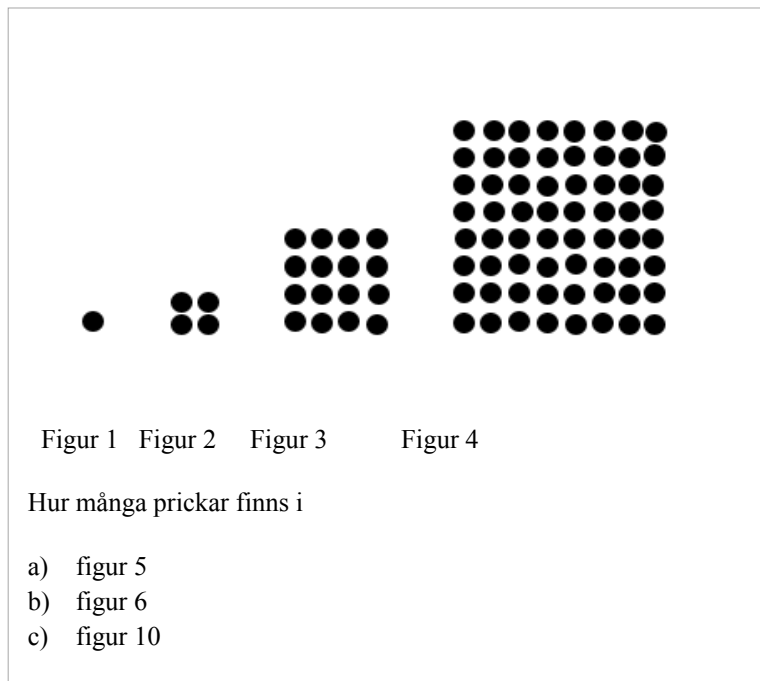
möjligheterna att lösa uppgiften med konkret material påverkas. En ny uppgift skulle då kunna se ut så här:

Figur 5



Genom analysen av uppgiften kanske läraren vill att en anpassad uppgift fortfarande ska handla om mönster, men denna gång en geometrisk talföljd. En uppgift skulle då kunna se ut så här:

Figur 6



Det är viktigt att ta hänsyn till syftet med undervisningen när problemuppgifter ska anpassas. Är syftet att undervisa **om** problemlösning i sig bör de strategier som uppgiften inbjuder till stå i fokus när uppgiften anpassas. Om syftet istället är att undervisa **genom** problemlösning behöver de matematiska idéerna stå i fokus när uppgiften anpassas. Om syftet är att eleverna ska utveckla kunskaper om matematiska begrepp kan ändringar som påverkar de strategier som uppgiften kan lösas med göras utan att syftet med uppgiften förändras. Till exempel kan flera tankesteg i lösningen vara en alltför stor utmaning för vissa elever och då kan problemuppgiften förenklas med färre tankesteg men de matematiska begreppen behållas. Det talområde som ingår i uppgiften kan också ha betydelse för hur tillgänglig en uppgift är för elever. Om en uppgift innehåller höga naturliga tal eller tal i decimalform, tal i bråkform, negativa tal eller irrationella tal kan problemuppgiften upplevas svår. Dessa tal kan då till exempel bytas ut mot lägre tal, heltal eller enklare bråktal utan att de påverkar de strategier som kan användas för att lösa uppgiften.

Sammanfattning

En förutsättning för problemlösning är att eleverna får arbeta med uppgifter som för dem är problemuppgifter. I arbetet med att välja problemuppgift och förutse hur eleverna tar sig an en uppgift kan läraren se att uppgifter behöver anpassas för att utmana eleverna på en lagom nivå. Uppgifter kan behöva anpassas antingen vad gäller

det matematiska innehållet eller vad gäller hur uppgiften presenteras. När anpassningarna görs behöver man utgå ifrån syftet med problemlösningen – är syftet att eleverna ska lära ett avsett matematikinnehåll eller att eleverna ska utveckla kunskaper om strategier? Utifrån syftet kan uppgifter anpassas så att de beståndsdelar som är viktiga för syftet finns kvar men utan att uppgiften förenklas genom att för mycket information och hjälp ges. Risken finns annars att det som kunde varit en problemuppgift förändras till en rutinuppgift.

Referenser

- Abedi, J., Courtney, M., Leon, S., Kao, J., & Azzam, T. (2006). *English language learners and math achievement: A study of opportunity to learn and language accommodation* (Technical Report 702). CRESST/UCLA.
- Kulm, G. (1979). The classification of problem-solving research variables. I G. A. Goldin (Red.), *Task variables in mathematical problem solving* (s. 1–22). Ohio State University.
- Kurz, T. I., Gómez, C., & Jimenez-Silva, M. (2017). Guiding preservice teachers to adapt mathematics word problems through interactions with ELLs. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(1), 32–51. <https://doi.org/10.21423/jume-v10i1a291>
- Larsson, M. (2007). *32 Rika problem*. Liber.
- Norberg, M. (2020). *Från design till meningsskapande: En multimodal studie om elevers arbete med matematikläroböcker i årskurs 1*. [Doktorsavhandling, Mittuniversitetet]. <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1427593&dswid=-10>
- Norén, E. (2010). *Flerspråkiga matematikklassrum: Diskurser i grundskolans matematikundervisning* [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. <http://su.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A357471&dswid=-10>
- Norén, E., & Caligari, L. (2021). Practices in multilingual mathematics classrooms: word problems. I Y. Liljeqvist, L. Björklund Boistrup, J. Häggström, L. Mattsson, O. Olande & H. Palmér (Red.), *Proceedings of MADIF 12, the twelfth research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education*. (s. 61–70). Växjö 14-15 January 2020. Swedish Society for Research in Mathematics Education.
- Orosco, M. J., Swanson, H. L., O'Connor, R., & Lussier, C. (2013). The effects of dynamic strategic math on English language learners' word problem solving. *The Journal of Special Education*, 47(2), 96–107. <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022466911416248>

Sollerman, S., & Winnberg, M. (2019). *Matematik i PISA 2018. Nuvarande innehåll och kommande förändringar*. Skolverket.

Webb, N. (1979). Content and context variables in problem tasks. I G. A. Goldin (Red.), *Task variables in mathematical problem solving* (s. 69–102). Ohio State University.