

Att undervisa i matematik

Göran Emanuelsson, NCM, Lena Nilsson, NCM, Karin Wallby, NCM

Det finns ett samband mellan hur vi undervisar och vad eleverna lär sig. Det finns dessutom tydliga tecken på att undervisningens utformning också påverkar vilken syn eleverna får på matematik och dess roll i samhälle och utbildning och vilken attityd de får till ämnet, se till exempel (Boaler, 2012). Hur vi undervisar har en avgörande betydelse för elevernas möjligheter att lyckas i och med matematik.

Vad är god undervisning?

Uppfattningar om vad som är god undervisning har förändrats över tid. Forskning inom området ger betydelsefulla bidrag, våra samlade erfarenheter ökar och vad som betraktas som god undervisning påverkas också av politiska, ideologiska och kulturella faktorer.

Internationella jämförelser, som TIMSS, har visat stora skillnader mellan olika länder när det gäller elevers uppmätta prestationer i matematik. Dessa har sedan följts upp med lektionsstudier i ett antal länder, i syfte att hitta faktorer som kan förklara skillnader i dessa prestationer. Speciellt har framgångsrika länder som till exempel Japan tilldragit sig intresse (Hiebert, 2002). Undervisning kan beskrivas som ett kulturellt mönster. Inom ett land finns naturligtvis stora variationer, men i stort sett följer lärarna en grundstruktur i sina lektioner. Nu kan vi inte bara överföra en metod från en kultur till en annan, men vi kan inspireras och lära av hur andra tänker och gör. Det har också skett genom att Lesson study och Learning study blivit modeller som fått en stor spridning i svensk skola (Maunula m. fl., 2011).

Det är alltså inte möjligt att här presentera **ett** recept på god undervisning eller **en** färdig metod, men vi vill lyfta fram några faktorer som, vid sidan av lärares djupa kunskaper inom de områden som behandlas, verkar karaktärisera en framgångsrik matematikundervisning.

Matematiska förmågor beskriver matematiskt arbete

Undervisningen i matematik ska sträva efter att utveckla elevernas matematiska förmågor och kompetenser (Niss & Højgaard, 2019). Genom att lösa problem, undersöka och upptäcka samband, resonera och tänka logiskt, argumentera för egna idéer kring matematiska begrepp och samband utvecklar elever sin matematiska kompetens. Att kunna lösa matematiska problem och att kunna hantera matematik i

vardag och samhälle blir på det sättet ett resultat av att eleven har utvecklat sina matematiska förmågor.

Undervisningen som präglas av resonemang och diskussion innebär inte att kraven på elevernas färdigheter minskar, tvärtom. För att kunna föra resonemang, lösa problem och argumentera för sin ståndpunkt måste vissa färdigheter ha blivit till rutin. Eleverna måste helt enkelt behärska vissa delar av matematiken för att ämnet ska kunna ge stimulans och väcka intresse. Det som behöver diskuteras är inte huruvida vi ska låta eleverna stärka och befästa sina färdigheter utan på vilket sätt, med vilken förståelse och i vilken omfattning.

Att vi här betonar det matematiska arbetet innebär inte att ”svaret inte spelar någon roll” eller att ”allt är rätt – det beror på”. Det är så att $56 + 19$ är lika med 75, inte 74 eller 76. Men det som är intressant och det som bör vara det centrala är hur vi kommer fram till och förstår att det är sant, hur elever kan använda detta i olika sammanhang och hur de kan resonera vidare. Resultatet av ett undersökande arbete med tal, att eleverna får samtala och resonera kring olika förståelse av tal, ska alltså vara att eleverna utvecklar god förståelse för och goda färdigheter i att hantera och använda tal. De rutiner och aktiviteter elever är välbekanta med från tidigare skolår, som att se på tals delar och helhet, ramsräkna framåt och bakåt med olika antal steg och med olika starttal och så vidare, bör nu fortsätta när talområdet utökas med rationella tal.

Syn på matematik och tilltron till den egna kompetensen

Både från forskning och beprövad erfarenhet finns tydliga tecken som visar att hur undervisningen bedrivs påverkar både vad eleverna lär sig samt vilken tilltro till och syn på matematik de utvecklar i skolan. Om undervisningen präglas av att eleverna arbetar enskilt med att lösa uppgifter finns det en risk att vi förmedlar en bild av att matematik handlar om just detta, att lösa uppgifter som sedan ska kontrolleras mot facit. I stället bör strävan vara att låta eleverna uppleva glädje och självförtroende i att själva kunna resonera sig fram till en slutsats som de kan argumentera och stå för.

För att illustrera hur matematikundervisningens utformning och inriktning kan få effekt på eleverna vill vi se på en mycket känd undersökning av Jo Boaler. I slutet av 1990-talet genomförde hon en jämförande studie på två skolor i England (Boaler, 1997; Emanuelsson, 1998). I den ena undervisades eleverna på ett traditionellt (engelskt) vis och i den andra på ett mer projektorienterat sätt. Det visade sig att eleverna på den senare skolan inte bara presterade bättre på de matematiktester som Boaler genomförde, utan att de också fick högre betyg vid den brittiska statliga examinationen. Efter en personlig kommunikation med Boaler skriver Jonas Emanuelsson (1998):

De viktigaste olikheterna låter sig inte beskrivas i termer av bättre och sämre. Profilen på kunskaperna är olika, eleverna lär sig olika saker. Eleverna som arbetat projektorienterat fick tillgång till ett kunnande som var flexibelt och dynamiskt. Matematiken blev för eleverna ett verktyg att förstå världen omkring dem. I den mer traditionella undervisningen fick eleverna ett statiskt och passivt kunnande, endast användbart i skolinterna och möjligen inommatematiska sammanhang.

Detta följdes senare upp genom att Boaler träffade några av de gamla eleverna. Även om det finns vissa invändningar mot undersökningen och resultatet inte är något bevis, ger den ändå en indikation på att de elever som undervisades på ett traditionellt (engelskt) sätt fortfarande i 25-årsåldern uppvisar en annan syn på vad matematik är och vilken nytta de har av sin skolmatematik. När de ska beskriva matematik svarar de med specifikt innehåll som procent, ekvationer, trigonometri, pi, beräkningar och de tycker inte att de har haft så stor nytta av det de lärt sig i skolan.

Den andra gruppen, som undervisades mer projektorienterat, visar en större tilltro till användning av matematik i sitt vuxenliv. De ger en annan typ av svar och ser på matematik på ett bredare och mer aktivt sätt: matematik är rum och tal, det handlar om problemlösning, att resonera sig fram och att vara logisk (Boaler, 2012).

Bedömning för lärande

Precis som att uppfattningar om vad som är god undervisning har förändrats över tid, har även uppfattningar om bedömning av elevers lärande och kunnande gjort det. Idag används begreppen summativ bedömning, det vill säga bedömning **av** lärandet i exempelvis slutet av en termin, och formativ bedömning, bedömning **för** lärandet under tiden som undervisning pågår. Formativ bedömning är all bedömning som syftar till att stärka elevers lärande och hjälpa läraren att förbättra och anpassa undervisningen. (Black m.fl., 2004). Tre frågor är särskilt viktiga för formativ bedömning:

- Var befinner sig eleven just nu?
- Var borde eleven befinna sig?
- Hur ska man överbrygga glappet?

Den information som ges av svaren hjälper lärare att planera och genomföra god undervisning och underlättar för elever att känna intresse för det de lär sig. De blir motiverade att ta ansvar för sitt lärande och prestationer kan förbättras. Konkreta förslag för hur man kan arbeta med formativ bedömning i klassrummet finns i ”Mathematics inside the black box. Bedömning för lärande i matematikklassrummet” (Hogden & Wiliam, 2021).

Boaler har fortsatt undersöka hur elever anammar matematikundervisning när de slipper oroa sig för provresultat och betyg (Boaler, 2016). En aspekt av bedömningen handlar om att eleverna lär sig att själva bedöma matematiskt arbete, och värdera strategier, metoder och lösningar. Boaler skriver om vikten av ett dynamiskt mindset, att eleven utvecklar en syn på sig själva och sitt lärande som går utöver själva prestationen; att de tror på sin möjlighet att lära. Målet, menar Boaler, är att eleven upplever en intellektuell kontroll, och ser sin egen utvecklingspotential.

Men det handlar om något mer än bara själva bedömningen; när vi lär ut kreativ, undersökningsbaserad matematik upplever eleverna en stark intellektuell frihet. [...] Det första Dylan sa var: "Jag känner mig fri." Han fortsatte med att beskriva hur värderingen av olika matematiska strategier lät honom känna att han kunde arbeta som han ville med matematik, utforska olika idéer och lära sig om tal.

(Boaler, 2016, s. 177–178)

Referenser

- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2004). Working inside the black box: assessment for learning in the classroom. *Phi delta kappan*, 86(1), 8–21. <https://doi.org/10.1177/003172170408600105>
- Boaler, J. (1997). Projektorientering ger bättre resultat. *Nämnamnaren* 1997:3, 13–18.
- Boaler, J. (2012). *From psychological imprisonment to intellectual freedom – the different roles that school mathematics can take in student's lives*. Presentation vid ICME2012, Seoul, Sydkorea. <http://www.youcubed.org/wp-content/uploads/intellectualfreedom.pdf>
- Boaler, J. (2016). *Matematik med dynamiskt mindset – hur du frigör dina elevers potential*. Natur & Kultur.
- Emanuelsson, J. (1998). Hur hänger undervisning och lärande ihop? *Nämnamnaren* 1998:2, 6–8.
- Hiebert, J. (2002). Lektionsplanering. Ny verksamhet i gammal form. *Nämnamnaren* 2002:1, 53–57.
- Hodgen, J., & Wiliam, D. (2011). *Mathematics inside the black box. Bedömning för lärande i matematikklasrummet*. Liber.
- Maunula, T., Magnusson, J., & Echevarría, C. (Red.) (2011). *Learning study – undervisning gör skillnad*. Studentlitteratur.

Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics Education*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>