Skolverket

Matematik – Grundskola åk 4–6
Modul: Algebra
Del 4: Interaktion i algebraklassrummet

Aritmetiska talföljder

Cecilia Kilhamn, Göteborgs universitet och Lucian Olteanu, Linnéuniversitetet

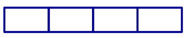
En aritmetisk talföljd är en talföljd där skillnaden mellan talen är konstant. Du kan använda olika talföljder där du håller skillnaden mellan talen konstant men varierar starttalet i talföljden. som i de tre talföljderna (4, 8, 12, 16, 20 …), (6, 10, 14, 18, 20 …) och (1, 5, 9, 13, 17 ...) där alla har skillnaden 4. I en geometrisk illustration av de tre talföljderna här under ser du att det inte räcker att veta att du får nästa tal i följden genom att addera 4 om du vill kunna förutsäga vilket tal som, till exempel, är det hundrade talet i talföljden. Eftersom det första talet är olika kommer det hundrade talet att vara olika.

n:te talet i talföljden

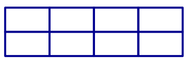
Alla mönster som ges nedan är exempel på illustrationer av hur många kvadrater som går åt för att göra det *n*:te talet i talföljden.

Mönster nr I: 4, 8, 12, 16, 20…

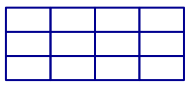
Figur 1



Figur 2

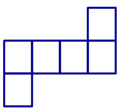


Figur 3

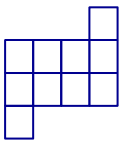


Mönster nr II: 6, 10, 14, 18, 22…

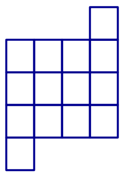
Figur 1



Figur 2



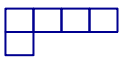
Figur 3



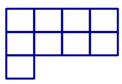
Mönster nr III: 1, 5, 9, 13, 17…

Figur 1

Figur 2



Figur 3



I mönster nr I finns det fyra kvadrater i den första figuren, och sedan adderas en rad med fyra varje gång. Det n:te talet illustreras med n rader med fyra kvadrater, alltså $n \cdot 4$. Det hundrade talet i talföljd I blir därför 400.

I mönster nr II adderas också en rad med 4 kvadrater varje gång men dessutom finns en extra kvadrat uppe till vänster och en extra nere till höger. Det n:te talet illustreras med n rader med 4 kvadrater plus 2 extra kvadrater, alltså $(n \cdot 4) + 2$. Det hundrade talet i talföljd II blir därför 402.

Mönster nr III skiljer sig lite genom att det är färre än 4 kvadrater i den första figuren. För varje figur adderas 4 kvadrater genom att det byggs ut en kvadrat åt varje håll på de fyra sidorna, men från början fanns det bara 1 kvadrat. Det n:te talet illustreras då med n gånger 4 kvadrater, minus 3 eftersom figur nr 1 hade en istället för fyra kvadrater, alltså $n \cdot 4 - 3$. Det hundrade talet i talföljd III blir därför 397.

Konstant skillnad och startvärde

Ett resonemang om att skillnaden är konstant men startvärdet varieras, kan leda till att eleverna uppfattar **talföljdens startvärde** genom att det är just startvärdet som blir synligt.

När eleverna har skapat en förståelse för **startvärde** och **skillnad**, är det dags att använda dessa delar samtidigt för att skapa utrymme för matematiska resonemang om hur talföljden är uppbyggd. Exempel på talföljder som kan diskuteras är:

- 1, 3, 5, 7, 9…
- 4, 7, 10, 13, 16…
- 5, 10, 15, 20, 25…
- 7, 12, 17, 22, 27…
- 1, 4, 7, 10, 13, 16…

När eleverna identifierar en aritmetisk talföljd bör de söka den konstanta skillnaden mellan talen och sedan se hur startvärdet skiljer sig från skillnaden. Det n:te talet kan eleverna beskriva som en multipel av skillnaden, med en addition eller subtraktion av ett tal. Den fasta delen och den konstanta skillnaden i en aritmetisk talföljd är något eleverna bör kunna resonera sig fram till genom att de får syn på talföljdens olika delar. Här kan eleverna få öva sig i att skapa egna matematiska regler, pröva dessa och argumentera för att de stämmer.

När eleverna behärskar det här innehållet väl kan man utvidga det lite. Till exempel kan du utgå från ett tal i talföljden och försöka hitta n, det vill säga hitta vilket tal i ordningen det är. Här handlar det om att eleverna tillämpar sina kunskaper om hur en talföljd kan beskrivas. Exempel på frågor som du kan ställa är:

- Om jag nu bygger ett hexagonlångbord (se exemplet i den första texten om detta innehåll), hur många bord behöver jag för att få plats med 86 personer?
- Är 73 ett tal i talföljden (4, 7, 10, 13…)? I så fall vilket tal i ordningen är det? (för vilket *n* får man talet 73?)
- Om det behövs 13 stickor för att bygga ett mönster som består av 4 kvadrater som sitter ihop, hur många kvadrater som sitter ihop kan man då bygga av 100 stickor? Får man några stickor över?

Referenser

Cai, J., & Knuth, E. (Red.). (2011). *Early algebraization. A global dialogue from multiple perspectives*. Springer.

Kilhamn, C. (2004) Funktionslådor. *Nämnaren*, 1, 19–25. http://ncm.gu.se/media/MVboken/1925_kilhamn.pdf