

Leka

Ola Helenius, NCM, Maria L. Johansson, Luleå tekniska universitet, Troels Lange, Malmö universitet, Tamsin Meaney, Malmö universitet, Eva Riesbeck, Malmö universitet och Anna Wernberg, Malmö universitet

Lek är något ytterst mångfacetterat som både sett från barnens perspektiv och sett från ett pedagogiskt perspektiv har många olika funktioner (se t.ex. Doverborg, 2000; Izumi-Taylor et al., 2010; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003). En av dessa funktioner är att vara en matematisk aktivitet. Intentionen med denna text är att motivera varför och hur den matematiska aktiviteten leka kan komma till uttryck vid lek.

Som ni kanske redan har upptäckt i den förra delen så kan man inte alltid separera de sex olika matematiska aktiviteterna. De två som i allra högsta grad ses i all matematisk aktivitet är leka och förklara. Av den anledningen är det dessa två som kommer att inleda arbetet i denna modul och den första som vi skall behandla är leka. Det perspektiv vi kommer att lyfta fram handlar inte om att göra matematiken lekfull i betydelsen rolig. Detta är naturligtvis inte heller någon dålig intention, men de samband mellan lek och matematik som kommer att lyftas fram här går mer på djupet. Det handlar om några av lekens grundläggande mekanismer som också är fundamentala i matematiska aktiviteter. Som sammanfattning kan det sägas att Alan Bishop (1988) ser lek som en matematisk aktivitet därför att den innehåller

- att föreställa sig något (t.ex. ”tänk om pinnen var en krokodil”) – vilket är grunden till att tänka hypotetiskt och en början på att tänka abstrakt
- att modellera – vilket innebär att abstrahera vissa drag från verkligheten
- att formalisera och ritualisera regler, procedurer och kriterier
- att förutsäga, gissa, uppskatta, förmoda vad som skulle kunna hända
- att utforska tal, former, mått, lägen och argumentation

Dessa delar av den matematiska aktiviteten lek är också byggstenarna för att matematisera, alltså byggstenarna vi använder när matematik skapas, uttrycks, undersöks och används.

Lärande genom lek

Innan vi går djupare in på hur lek är en matematisk aktivitet, vill vi anknyta till den starka roll som leken har enligt förskolans läroplan. Leken beskrivs som central och i

princip all undervisning i förskolan förväntas genomföras i lekens tecken. Läroplanen innehåller många mål som verksamheten ska erbjuda barnen att lära, men det är genom lek som lärande ska ske. Dessa flyter samman och barn skiljer inte den ena från den andra. Den centrala tesen kan alltså sägas vara ”lärande genom lek”. Ingen som har observerat barn leka kan väl invända mot det naturliga i denna koppling.

När barn leker familj så kan man tänka sig att de samtidigt provar olika sociala roller och ”övar sig” på familjeliv. När barn spelar något brädspel övar de sig antagligen också på att räkna. När de hoppar hage tränar de sin balans. Så visst är det svårt att tänka sig lek där inte någon form av lärande också sker. Men vi kommer här att lyfta fram en något annorlunda och kompletterande syn på leken som en matematisk aktivitet.

Förskollärarens roll i inrättandet av lärandemiljön och i interaktionen med barnen under lek är central (se t.ex. Johansson & Pramling Samuelsson, 2006; Sheridan et al., 2009). Vi har dock valt att i denna del koncentrera oss på vad det innebär att betrakta lek som en matematisk aktivitet.

Leken – ett kitt i vår kultur

Det är inte bara barn som leker. Lekar och spel är en ytterst seriös del av vår kultur och verkar vara så i varje kultur. Ta fotboll som exempel. Hur många miljarder satsas inte på att köpa spelare för att ge sitt lag större chans att vinna? Fotbollen är, liksom alla lekar, å ena sidan påhittad och något som ligger utanför ”den ordinarie verkligheten”, men å andra sidan är det ändå en ytterst seriös verksamhet både för de som utövar den och för många som tittar. Trots att fotboll på det hela taget knappast är en nödvändig del av människors liv och av samhällets organisation så är det många som ser det som en av de viktigaste sakerna i livet. Du kan antagligen själv hitta andra exempel med samma karaktär. Sport i allmänhet, melodifestivalen, schack, TV-lekar som På spåret eller Vem vet mest? och så vidare. Med tanke på hur mycket energi som satsas på lekar som dessa, är det uppenbart att det måste vara viktigt för oss. Det har till och med hävdats att lekar kan ha föregått mänsklig kultur och är en av de saker som gör att kultur formas. Kanske är det därför som lek också förekommer i alla kulturer och på många sätt ser likadan ut. Redan 1902 publicerade Walther Roth en karakterisering av den australiska ursprungsbefolkningens olika spel och lekar. Han hittade sju olika kategorier.

- Föreställningslekar (imaginative games): till exempel berätta sagor, legender;
- Realistiska lekar (realistic games): att använda verkliga objekt, till exempel spel eller sporter med djur eller åka kana i snön;
- Imiterande lekar (imitative games), när barn imiterar vuxnas aktiviteter eller när man använder pinnar, snören etcetera för att skapa avbilder av föremål;

- Urskiljningslekar (discriminative games): till exempel kurragömma eller gissningslekar;
- Kämpalekar (disputative games): till exempel herre på täppan eller brottning;
- Framdrivande lekar (propulsive games): med leksaker där någon form av rörelse är inblandad, till exempel kasta boll;
- Jubellekar (exultative games): musik, sång, dans och annan underhållning.

Vi behöver varken gå tillbaka ett sekel eller åka till andra sidan jorden för att känna igen oss i detta. Vi kan lätt hitta exempel på dessa olika lekar och spel även i vår närhet. Kanske såg du rent av lekar eller spel från var och en av dessa kategorier den senaste dagen du var på förskolan?

Leken är alltså en social aktivitet olik alla andra då leken äger rum inuti leken själv. De som leker blir de lekande och man kan endast delta i leken om alla kommer överens om att bete sig ”normalt” och följa just den lekens aktuella regler. Men även om lekens handlingar endast har mening inom leken själv, så får leken som företeelse konsekvenser också utanför.

Vi har på olika sätt lyft fram lekens roll i vårt samhälle och i förskolan, detta för att lekens roll i både förskolan och samhället är så pass viktig. Nu kommer vi att fokusera på de delar av leken som är byggstenarna i matematiserandet. Här är det viktigt att komma ihåg att leken inte behöver innehålla något uppenbart ”matematiskt innehåll” (som till exempel mäta och räkna) för att barnen ska kunna öva på byggstenarna i att matematisera.

Det styrda, det fria och modelleringens princip

Modellera, abstrahera och tänka hypotetiskt som byggstenar i matematiserandet

Låt oss fundera lite mer på imiterande lekar, till exempel när barn leker rollekar. En stor del av lekens regler är modellerad, det vill säga härmad, efter verkliga händelser som sker i en familj och som barnen har erfarenhet av. För att sätta upp leken väljer barnen ut vissa drag från verklighetens familjeliv och stiliserar dem. Man kan säga att de abstraherar ut något gemensamt hos familjer och skapar en modell av fenomenet familj. Leksaker är ofta modeller av ”riktiga” materiella föremål, till exempel dockor, plastdjur, modellbilar och så vidare. De är modeller därför att de har vissa drag gemensamt med originalen som att dockan har huvud, kropp, armar och ben. Genom att leka med sådana modeller får barnen erfarenheter av principen med modelleringen, det vill säga vad det är som gör något till en modell av något annat. I rolleken modellerar barnen inte ett materiellt föremål, men ett socialt samspel, relationerna mellan familjemedlemmarna.

Trots att en sådan lek är modellerad från verkligheten så finns en stor komponent av fantasi med i leken. I Figur 1 är de röda klossarna svampar. Barnen låtsas vara vuxna. En av dem är kanske familjens hund och kanske kan hunden prata. De är alltså engagerade i hypotetiskt tänkande: om du är mamman då är jag hunden; bordet kan vara där vi bor; om hunden kan prata då säger den ..., och så vidare. Leken tar sin inspiration från verkligheten men är i teorin helt fri. Man kan skapa vilken lek man vill men i praktiken plockas olika erfarenheter från omvärlden in, ofta i förenklad och nästan karikerad form. I leken skapas en ”överklig” men ändå en tillfällig verklig verklighet med egna regler vars konsekvenser kan undersökas. Vad händer om hunden kan köra bil?

Figur 1

Barnen leker att de plockar svamp på en lördag



Denna typ av hypotetiska tänkande är relaterat till lärande generellt. Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2008) konstaterade att ”lärandeuppgifter måste också ha aspekten ’som om’ för barn, för att de ska kunna gå utöver och utmana sitt eget tänkande” (s. 636; vår översättning). Men abstraktion, modellering och hypotetiskt tänkande är också grundläggande matematiska processer i skolmatematik och i vetenskapsdisciplinen matematik. Vi kan ta ett exempel från den tidiga skolmatematiken. Där ska barn lära sig att det som är gemensamt vid till exempel tre barn och tre cyklar inte är färg, form, material, temperatur, levande/icke-levande, och så vidare, utan själva tre-heten. Det finns precis en cykel till varje barn. Och ett barn till varje cykel. För att förstå vad antal är, ska barn lära sig att bortse från andra aspekter som barn och cykel och endast se ”lika-många-heten” hos de tre barnen och de tre cyklarna. Ur totaliteten ska de skilja ut – abstrahera – just antalet. Antal är därför i en viss mening inte naturligt utan en kulturellt betingad abstraktion – en del av kulturens blick på världen som barn tillägnar sig. Att detta antal språkligt benämns tre hänger samman med att tre just är det tredje ordet i talramsans, det vill säga, det ord man stannar vid om man räknar barnen eller cyklarna i exemplet.

I den tidiga skolmatematiken är aritmetiska uppgifter, så kallade räkneuppgifter, i princip hypotetiska frågor. En uppgift som till exempel att räkna ut vad $3+4$ är lika med motsvarar den hypotetiska frågan, ”tänk om vi fogar ihop en hög med tre någonting och en annan hög med fyra av samma sak, hur många saker skulle vi då ha i den nya högen?” Om vi svarar att $3+4=7$ då har vi format en hypotes om att i den nya högen finns sju saker. Om vi vill kontrollera om hypotesen kan vara sann, om tre och fyra verkligen är sju tillsammans, då kan vi göra ett experiment och till exempel ta fram tre fingrar på den ena handen och fyra på den andra och räkna hur många de är tillsammans. Men hypoteser kan också vara mer avancerade. När barnen har lärt sig om ”tiokamrater”, att tio kan delas upp i 1 och 9, i 2 och 8 och så vidare; att 8 är tiokamrat med 2 därför att 8 adderat med 2 är lika med 10 eller därför att 10 subtraherat med 8 är lika med 2, då skulle förskolläraren kunna bjuda in barnen till hypotetiskt tänkande genom att ställa frågan, ”tänk om elva hade en tiokamrat, vad skulle det då vara?” Kanske någon säger ”minus ett” och på så sätt börjar ana att det finns tal man kan räkna med. Elva adderat ”minus ett” är lika med tio, men minus ett motsvaras inte av ett räkneord i talramsans och därför inte av något antal. Man kan till exempel inte ha ”minus ett” äpplen i någon vardaglig mening.

Man kan också se modellering i helt vanlig enkel aritmetik. Uttrycket $3+4$ kan ses som en modell av sammanfogningen av högar om tre respektive fyra föremål. Modellen $3+4$ bortser helt ifrån föremålens alla andra egenskaper än just deras antal. Detta är samtidigt just modellens styrka. Föremålen kan vara vilka som helst och ändå är ” $3+4$ ” en modell för deras totala antal. Modellen fångar in många olika fall och är därför väldigt generell, men det finns också fall där modellen inte gäller. Om det var 3 grader varmt igår och är 4 grader idag, så har det ingen fysikalisk mening att säga att det var 7 grader tillsammans igår och idag.

Formalisera och ritualisera regler som byggstenar i matematiserandet

Kanske har ni lagt märke till att vissa lekar lika gärna kan benämnas spel som lek. Spel är en slags delmängd av lekbegreppet och det finns ingen skarp gräns för när en lek skall kallas ett spel. Grovt sett kan man tänka sig att ett spel uppkommer när reglerna för en lek formaliseras och regleras. Både historiskt och kulturellt förefaller idén om spel ha utvecklats med hjälp av leken. Som vi har sett är reglerna i en lek ofta också hårt styrda. Samtidigt tillåts justeringar och leken kan förändras dag från dag. Fastän alla som deltar i leken följer lekens inneboende regler, så kanske ingen egentligen kan formulera vilka regler som gäller och ofta kanske de deltagande inte ens tänker på dem som regler. Däremot i ett spel måste reglerna vara explicita och de kan inte ändras. Om Disa, Nils och Cinna leker familj och Oskar kommer, så kanske han kan få vara barn. Familjen kanske hade två barn. Reglerna ändras förutsatt att alla är med på det. Om vi spelar Fia eller Fia med knuff, får spelarna inte själva bestämma vilket håll de ska flytta sina pjäser under spelets gång. Spelarna måste komma överens om vilken regelvariant de spelar

efter. Man kan säga att ett spel i praktiken kan definieras genom sin uppsättning regler medan i en lek är reglerna hela tiden under förhandling.

En ytterligare aspekt av spelets idé är att spelets procedurer, hur spelet spelas, och de kriterier som särskiljer olika situationer i spelet också är formaliserade. Att reglerna, procedurer och kriterier är formaliserade betyder att de definierar spelet och att medvetenhet om dem är nödvändig för att delta i spelet.

I många matematiska aktiviteter är formalisering mycket viktigt. Att bestämma sig för specifika måttenheter, som till exempel centimeter, att konstruera linjaler, måttband med mera är en slags formalisering av sambandet mellan mätning och räkning. På så sätt kan vi enkelt ge ett numeriskt värde på (kvantifiera) avstånd och längder utan att varje gång fundera på hur det går till. Verktyget tillsammans med kunskap om hur det används har blivit en formell metod som kan användas på rutin. Att du kan säga till expediten i tygaffären att du vill ha tre meter tyg och förväntar dig att expediten vet exakt vad du menar, beror på att ni är helt överens om hur spelreglerna för mätning fungerar. Ni är överens om att det finns en vedertagen längd som benämns en meter, hur lång denna är och att den alltid är lika lång. Ni är överens om att ”3 meter tyg” är en längd som motsvarar tre en-meterslängder.

En annan formalisering som vi dagligen möter är vårt talsystem. Genom att dela upp tal i ental, tiotal, hundratal och så vidare får vi på köpet olika formella metoder för att till exempel addera. De flesta tycker att det är enklare att addera $200+200$ än $199+199$. Varför? Jo för att 200 är två hundratal och därmed inte svårare att beräkna än $2+2$. Men om inte orden och sättet att skriva tal hade varit formaliserade på ett så logiskt sätt hade vi inte kunnat göra så här. I praktiken utvecklas formella metoder i alla matematiska aktiviteter. Både för att hjälpa oss att utföra dem på ett mer effektivt sätt och för att hjälpa oss att tänka på dem på ett mindre krävande sätt.

Förutsäga, gissa, uppskatta och förmoda som byggstenar i matematiserandet

I spel kan man inte veta hur det går. Om man skulle kunna det, då var det inget spel. Man kan däremot under spelets gång prova att förutsäga, gissa, uppskatta eller förmoda vad som händer i nästa drag, eller vem som kommer att vinna spelet.

I brädspel där man flyttar pjäser enligt tärningens ögon, möter spelarna tärningens oförutsägbara förutsägbarhet. Man kan slå en sexa i nästa kast och få ta ut en pjäs från boet i Fia, men man vet inte om det händer i just nästa kast. Man kan heller inte påverka det. Det hjälper inte att skaka bågaren grundligt eller prata till tärningen. Det är inte heller rättvist på det sätt att chansen för en sexa ökar om man inte har fått en sexa på länge. Men, plötsligt händer det och man kastar en sexa, kanske kastar man ännu en. Dessutom verkar det som att alla spelarna i det långa loppet får ut sina pjäser från boet i mer eller mindre samma mån. Även om man inte vet när man slår en sexa vet man också

att man gör det ibland. Tärningen har inget minne men visar ändå en regelbundenhet i det långa loppet.

Man kan säga att spel, utöver spelet själv, också handlar om att förutsäga framtiden. Någon gång har man tur och ibland har man otur. Man kan prova att påverka framtiden genom ta eller inte ta risker. Vilken pjäs ska jag flytta, den som är i början av spelrutan och inte hotad av någon annan pjäs? Eller den som skulle komma närmare mål men riskerar bli knuffad tillbaka i boet? Under spelet kan spelarna öva sina förmågor att förutsäga, gissa, uppskatta och förmoda, det vill säga uppskatta chanser och risker. Man kan alltid spela spelet igen och vem vet vad som händer nästa gång.

Att gissa, förutsäga och förmoda är viktiga i all matematisk aktivitet, speciellt när man utvecklar ny matematik. Vi människor verkar helt enkelt vara bättre på att hitta mönster utifrån ett ganska litet antal exempel än på att resonera logiskt utifrån abstrakta regler. Av den anledningen är det ofta effektivt att först använda denna kreativa förmåga och först därefter med hjälp av sin formellt resonerande förmåga försöka fundera ut om gissningen är korrekt eller ej.

Lek och spel som fokuserar andra matematiska aktiviteter

Att leka och spela är en matematisk aktivitet i kraft av att vara just lek eller spel, men dessutom kan en lek eller ett spel ha en matematisk aktivitet som fokus eller som en viktig komponent. Brädspel involverar ofta att räkna ögonen på en tärning, eller se antalet direkt, och flytta en spelpjäs motsvarande antal steg och åt rätt håll. I kortspel ska man läsa av talsymbol eller talmönster. Förutom att spela spelet är spelarna involverade i den matematiska aktiviteten att räkna. I pussel ska man passa ihop former och kanske vrida och vända på pusselbitar för att få dem på rätt plats. Med pärlplattor kan barn skapa mönster där upprepning eller symmetri ingår. I sådana situationer håller barnen på med de matematiska aktiviteterna designa och lokalisera. Att bygga med klossar eller samla byggsatser (t.ex. Lego-modeller) involverar att jämföra och skilja på storlek och även kanske namnge sådana. Lego-bitar kan exempelvis kallas en tvåa eller en fyra. I situationer som dessa ingår den matematiska aktiviteten att mäta. När barn sätter upp imiterande lekar, kan de engagera sig i en diskussion om vem som ska vara mamman. En av dem kanske argumenterar ”Jag är mamman! Se, jag är större än du” och håller då på med den matematiska aktiviteten att förklara (förutom att mäta). (Exemplet är från Perry & Dockett, 1998, s. 8).

Sammanfattning

Vad har vi då sagt om leken, och i vilken mening är det en matematisk aktivitet? Utöver att lyfta fram hur genomgripande lekandet är i en kultur och pekat på hur leken inte bara präglar barns vardag utan även vuxnas så har vi också lyft fram att lek är en fundamental

mänsklig verksamhet som berör många områden som socialt samspel, relationer, fysisk utveckling och så vidare. Samtidigt som leken har alla dessa funktioner, så är den också en matematisk aktivitet. Det som vi har lyft fram är för det första att leken å ena sidan hämtar inspiration från ”verkligheten” men å andra sidan stiftar sina egna regler och att detta fenomen är en slags ur-modell för abstraktion, hypotetiskt tänkande och modellering. För det andra har vi karakteriserat spel som en lek med formaliserade regler där det ingår att identifiera, formulera och följa regler och mönster. För det tredje har vi uppmärksammat spelarna i ett spel där de bekantar sig med att uppskatta och hantera chanser och risker i ett sammanhang där konsekvenserna trots allt är överskådliga. (Vi bortser från spel om pengar.) Dessa saker är några av de mest fundamentala byggstenarna i matematiken. Eller bättre uttryckt, de är byggstenar i själva matematiserandet, det vill säga när matematik skapas, uttrycks, undersöks och används. Slutligen har vi lyft fram att lekar och spel kan ha större eller mindre inslag av andra matematiska aktiviteter.

Man kan alltså säga att lek är en matematisk aktivitet i dubbel bemärkelse. Dels är lek en matematisk aktivitet i sig själv därför att den innebär att föreställa sig och tänka hypotetiskt, att abstrahera, att modellera, och dessutom att förutsäga, gissa, uppskatta och förmoda. Dels kan barn (och vuxna) i lek utforska tal, former, mått, lägen och argumentation, det vill säga engagera sig i de andra fem matematiska aktiviteterna. Slutligen, som en ytterligare poäng, är själva lekfullheten som just utvecklas genom att leka, en disposition eller en ”tankens vana” (“habit of mind”; Perry & Dockett, 2007, s. 3) som gynnar barns (och vuxnas) matematiska utveckling.

Referenser

- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Kluwer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-2657-8>
- Doverborg, E. (2000). Lekens lustfyllda lärande. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding, & A. Wallby (Red.), *Matematik från början* (s. 121–144). NCM.
- Izumi-Taylor, S., Samuelsson, I. P., & Rogers, C. S. (2010). Perspective of play in three nations: a comparative study in Japan, the United States and Sweden. *Early Childhood Research & Practice*, 12(1). <https://ecrp.illinois.edu/v12n1/izumi.html>
- Johansson, E., & Pramling Samuelsson, I. (2006). *Lek och läroplan: Möten mellan barn och lärare i förskola och skola*. Göteborg studies in educational sciences 249. https://gupea.ub.gu.se/bitstream/2077/19096/1/gupea_2077_19096_1.pdf
- Perry, B., & Dockett, S. (1998). Play, argumentation and social constructivism. *Early Child Development and Care*, 140(1), 5–15. <https://doi.org/10.1080/0300443981400102>

Perry, B., & Dockett, S. (2007). *Play and mathematics*. The Australian Association of Mathematics Teachers.

Pramling Samuelsson, I., & Asplund Carlsson, M. (2003). *Det lekande lärande barnet: i en utvecklingspedagogisk pedagogisk teori*. Liber.

Pramling Samuelsson, I., & Asplund Carlsson, M. (2008). The playing learning child: Towards a pedagogy of early childhood. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 52(6), 623–641. <https://doi.org/10.1080/00313830802497265>

Roth, W. E. (1902). *Games, sports and amusements*. North Queensland Ethnographic Bulletin *na*(4), 7–24.

Sheridan, S., Samuelsson, I. P., & Johansson, E. (2009). *Barns tidiga lärande: En tvärsnittsstudie om förskolan som miljö för barns lärande*. Göteborg studies in educational sciences 284. Acta Universitatis Gothoburgensis. <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/20404>