

Att förstå texter i matematik

Eva Norén, Sara Ramsfeldt och Anette de Ron, Stockholms universitet

I matematikklassrum pågår ständigt interaktion där informella och formella ord och uttryck samt symboler från matematikspråket används. Den här texten handlar om vad lärare och elever kan förväntas möta i olika texter i matematik.

Elever behöver kunna förstå och använda ord och symboler för att ta emot och förmedla matematisk information, både muntligt och skriftligt. Att förmedla matematisk information muntligt innebär ofta lägre krav på lärarens förberedelser och precision. Mottagaren kan ställa följdfrågor, och sändaren kan formulera om och anpassa språket efterhand. Skisser och kroppsspråk kan läggas till för att förtydliga budskapet. Att förmedla information skriftligt omfattar flera moment av förberedelser och ställer högre krav på precision. Sändaren måste:

- planera för innehållet
- vara medveten om textens syfte
- disponera sin text
- hitta rätt formuleringar och ordval
- tänka på grammatik och stavning.

Undervisningen i matematik ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att lösa matematiska problem. Men läraren ska också planera undervisningen så att eleverna lär sig att formulera problemställningar matematiskt. Eleverna behöver få undervisning om hur symboler, operationer, matematiska objekt, numeriska och algebraiska uttryck, formler, grafer, funktioner och andra matematiska representationsformer både tolkas och uttrycks. De behöver också få lära sig hur språket kan anpassas efter olika syften och sammanhang.

Att vända fokus mot att eleverna ska utveckla sitt skriftspråk i matematik kan i början innebära att undervisa om de för eleverna nya formella matematiska ord och uttryck som hör ihop med vardagsspråket. Genom att sedan tillsammans med eleverna läsa matematiska texter, och tolka matematiska symboler och operationer ges de möjlighet att förstå mer av hur det matematiska skriftspråket är uppbyggt. Det lägger en bra grund för utvecklingen av elevernas eget skriftspråk i matematik.

Genrer bland matematiktexter

För att förklara matematiska fenomen använder eleverna olika former av matematiska resonemang. Resonemangen kan kommuniceras i bilder och med gester, men också genom tal och skrift. Det senare ställer krav på elevernas förmåga att sätta ord på sina tankar.

I matematikspråket förekommer olika **genrer**. Det innebär att eleverna i matematikundervisningen kommer att möta och förmedla information som har olika språkliga, strukturella och kontextuella drag.

Exempel på skriftlig information som eleverna **möter** i matematik kan vara:

- räknesor (vardagliga berättelser med matematisk information)
- matematikuppgifter som saknar kontext
- matematikuppgifter i ett sammanhang
- instruktioner och faktarutor
- presentation av undersökningar, till exempel tabeller och diagram
- exempel på hur man löser en uppgift och hur man kommunicerar en lösning.

Exempel på information som eleverna förväntas **förmedla** i matematik kan vara:

- resonemang kring en räknesor
- beskrivningar av hur man har tänkt
- lösningar till olika matematikuppgifter
- egna räknesor eller matematikuppgifter
- förklaringar av samband mellan begrepp, symboler eller operationer
- presentationer av undersökningar.

Dessa olika sorters information tillhör olika **genrer**, vilka har olika syften och används i olika sammanhang. Vissa genrer innehåller informella och vardagliga ord, och andra mer formella matematikord, bilder och symboler. Det är till fördel för eleverna om undervisningen planeras så att de får möta, tolka och förmedla matematisk information inom olika genrer, både muntligt och skriftligt.

Det bör tydligt framgå i undervisningen vilka förväntningar som finns och vilka karaktäristiska drag olika texter inom ämnet har. Generellt har en sorts text en övergripande struktur, det innebär att sådana texter liknar varandra. Ofta börjar, fortsätter och slutar de på ett visst sätt. Texter i matematik är ofta konstruerade och formulerade på ett sätt som skiljer sig från andra texter som eleverna möter i sin vardag

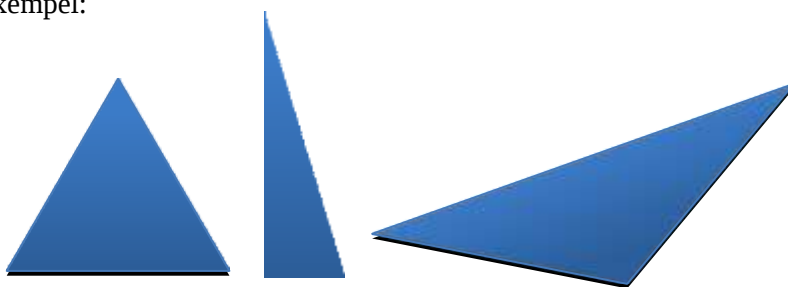
eller i andra ämnen. I matematik är texterna konstruerade för ett särskilt syfte och de följer ofta specifika mönster.

Figur 1–3 visar några exempel på texter i matematik.

Figur 1

Exempel på text i matematik från årskurs 3

En månghörning är en figur med fler hörn än två, där hörnen sitter ihop med raka streck. Till exempel är både en triangel och en kvadrat två olika typer av månghörningar. En triangel kallas för en trehörning och en kvadrat för en fyrhörning. Det är antalet hörn som bestämmer namnet. En månghörning kan ha många olika former. Om vi tittar närmare på triangeln, som är en månghörning, kan vi rita upp den på flera sätt. Till exempel:



Kommentar. Hämtad från Matteboken, en gratistjänst från Mattecentrum på nätet (2024).

Vi läser texten och sorterar ut fakta.

1. En månghörning är en figur med fler än två hörn. Hörnen sitter ihop med raka streck, eller ”räta linjer”.
2. En triangel är en månghörning.
3. En kvadrat är en månghörning.
4. En triangel har tre hörn, en kvadrat har fyra hörn.
5. Antalet hörn i en månghörning bestämmer namnet på månghörningen.
6. En månghörning kan ha olika former.

Vi tittar på vad som är karaktäristiskt för språk och sammanhang i texten.

- Det finns bilder som anknyter till texten. Texten innehåller många formella matematikord men inga matematiska symboler.

- Exempel på formella matematikord är **antal**, **månghörning**, **kvadrat** och **triangel**. Det finns också informella substantiv såsom **hörn** och **form**. Bindeord används för att koppla ihop satser och skapa ett flyt i texten.
- Det förekommer fraser som kan vara bra att uppmärksamma eleverna på.
- Det här är en förklarande text, som är rent matematisk. Informationen är inte placerad i något vardagligt sammanhang.

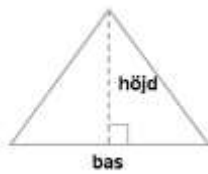
Figur 2

Exempel på text i matematik från årskurs 6

Triangeln har basen 6 cm och höjden 4 cm.

Triangelns area: $\frac{\text{basen} \cdot \text{höjden}}{2}$

$\frac{6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}^2$



Kommentar. Framtagen av Ramsfeldt (2024).

Vi läser texten och sorterar ut fakta.

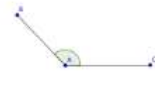
- Mått för triangelns bas och höjd.
- En formel för beräkning av triangelns area.

Vi tittar på vad som är karaktäristiskt för språk och sammanhang i texten.

- Det finns en bild med begrepp som knyter texten till bilden. Det finns relativt lite text och men många matematiska symboler. Symboler som finns med är siffror, multiplikationstecken, divisionstecken, likhetstecken och enheter.
- Exempel på formella matematikord är **triangel**, **area**, **bas** och **höjd**.
- Det finns ord och fraser att uppmärksamma eleverna på, som till exempel "Triangeln har ..." och "Triangelns area är...".
- Det är en faktatext. Den är inte förklarande, och inte placerad i något vardagligt sammanhang.

Figur 3

Exempel på text i matematik från årskurs 7

Trubbig vinkel	En vinkel kallas <i>trubbig</i> om den är större än en rät vinkel (90°), men samtidigt mindre än en rak vinkel (180°).	
Rak vinkel	En vinkel kallas <i>rak</i> om den är dubbelt så stor som en rät vinkel, alltså att den är 180° , vilket är detsamma som ett halvt varv. För raka vinklar gäller att vinkelbenen är del av samma linje.	

Kommentar. Hämtad från Matteboken, en gratistjänst från Mattecentrum på nätet (2024).

Vi läser texten och sorterar ut fakta.

1. En trubbig vinkel är större än en rät vinkel.
2. En trubbig vinkel är mindre än en rak vinkel.
3. En rät vinkel är 90° .
4. En rak vinkel är dubbelt så stor som en rät vinkel.
5. 180° är detsamma som ett halvt varv, eller en rak vinkel.

När vinkelbenen är en del av samma linje, så är vinkeln 180° .

Vi tittar på vad som är karaktäristiskt för språk och sammanhang i texten.

- Det finns en bild som illustrerar texten, beteckningarna i bilden används inte i texten. Det finns relativt mycket text och inte så mycket matematiska symboler. Symboler som finns med är gradtecken och tal för vinklarnas storlek.
- Exempel på informella och formella matematikord är **dubbelt**, **halvt**, **linje**, **vinkel** och **vinkelben**.
- Det finns också bindeord, som har en precis och speciell innebörd i texten. Exempel på det är **samtidigt**, **detsamma som**, **alltså**, **del av** och **samma**.
- Vad som *händer* i texten kan vi se genom att betrakta *verben*: **kallas**, **gäller** och **är**.
- Det här är en förklarande text, som är rent matematisk. Informationen är inte placerad i något vardagligt sammanhang.

Läraren hjälper eleverna att förstå innebörden av begrepp och fraser samt tränar eleverna i att använda dem. Då kan eleverna på lång sikt lättare förmedla matematisk information muntligt eller skriftligt på egen hand.

Generellt om texter i matematik

Det kan vara svårt att förmedla ett matematiskt innehåll med vardagsord, helt utan matematikord och symboler. Matematikens ord och uttryck samt symboler behövs ofta för att beskriva och kommunicera matematiska samband. Vardagsord bidrar ofta till att skapa förståelse. Texter i matematik formuleras olika beroende på vem som är tänkt som mottagare och vilket syfte texten har.

Cirkelmodellen

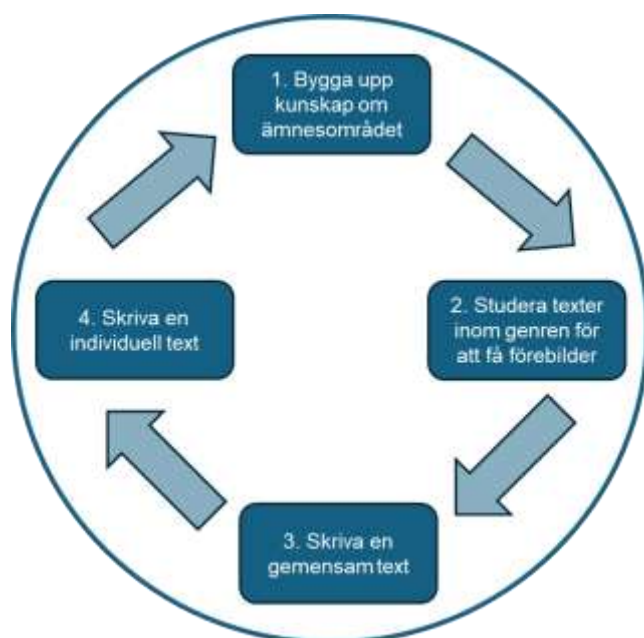
Den genrepedagogiska cirkelmodellen, eller cykeln för undervisning och lärande (Gibbons, 2018), kan utgöra en bas för arbete med olika sorters matematiska texter. Många lärare som har undervisat efter cirkelmodellen beskriver hur deras elever har förbättrat sina resultat eftersom alla lärare på skolan tagit ansvar för elevernas språkutveckling, och inte bara de lärare som undervisar i svenska. Modellen har framförallt använts inom naturvetenskapliga och samhällsvetenskapliga ämnen, som traditionellt har stora mängder text. För dessa ämnen finns en hel del litteratur om praktisk användning av cirkelmodellen i undervisningen.

De dokumenterade erfarenheterna i matematik är hittills betydligt mer begränsade. Men enligt Österholm (2015) är att kunna läsa, förstå och lära sig från texter en central aspekt att fokusera på även inom matematik. Det finns ett samband mellan läsförståelse och betyg menar Ganuza och Hedman (2018). Elever som inte har vuxit upp med svenska som förstaspråk kan behöva extra mycket stöttning för att upptäcka hur vanliga matematiska textgenrer är uppbyggda och för att förstå matematisk text på svenska. I elevgrupper med otillräcklig svenska får eleverna det oftast svårare att tolka och uttrycka matematiska samband, som de egentligen behärskar. Det är svårt att visa vad man kan på ett språk man ännu inte bemästrar.

Det har visat sig att cirkelmodellen är ett stöd för alla elevers språkutveckling, oavsett språklig nivå. I cirkelmodellen ingår fyra faser (Figur 4).

Figur 4

Cirkelmodellen



Kommentar. Inspirerad av Gibbons (2018).

Fas 1. Här ska vi ta reda på vilka förkunskaper eleverna har för att bestämma på vilken nivå vi ska lägga undervisningen. Ett exempel kan vara kunskapsområdet geometri och att läraren vill ta reda på vad eleverna kan om egenskaper hos och samband mellan några geometriska objekt som kvadrat, rektangel och triangel. Man kan arbeta med tankekartor i helklass eller i mindre grupper. Man kan också låta eleverna arbeta i par. Läraren ställer frågor som alla i klassen ska arbeta med. I slutet av fasen deltar alla i ett gemensamt samtal och läraren sammanfattar vad eleverna tillsammans kan.

Fas 2. Läraren väljer exempel på några texter från läromedlet, annat material eller sina egna texter. Exempelen ska fokusera ett aktuellt matematiskt kunskapsområde, till exempel geometri. Man läser högt igenom exemplen och analyserar dem tillsammans med utgångspunkt i språk, struktur och sammanhang. Den gemensamma kunskaps- och språkbasen från fas 1 underlättar arbetet med att tillsammans undersöka de typiska språkliga dragen för de aktuella texterna. Fasen knyter framförallt an till den tredje grundprincipen för ett språkutvecklande arbetssätt – **att ge språklig stöttning**. Fas 2 kan avslutas med att läraren skriver en lista över vad klassen tillsammans har kommit fram till avseende språk, struktur och sammanhang.

Fas 3. I den här fasen producerar lärare och elever en gemensam text inom det aktuella kunskapsområdet. Det är bra att utgå från en modelltext som förebild. Eleverna kan

bestämma vad texten ska handla om, men läraren leder skrivandet och ställer frågor. Yngre elever kan till exempel berätta en gemensam matematiksaga som läraren skriver ner. Äldre elever kan tillsammans producera uppgifter som andra elever ska lösa. Listan över språk, struktur och sammanhang från fas 2, kan användas som utgångspunkt och stöd vid produktionen. Arbetet innebär ofta att eleverna resonerar om matematikinnehåll, formuleringar, meningsbyggnad och sammanhang, samtidigt lär de sig nya saker av läraren och varandra.

Fas 4. I denna sista fas använder eleverna sig av det de lärt sig och formulerar egna texter i matematik, enskilt eller i par. Texterna skrivs inom samma kunskapsområde och genre som tidigare.

Analysera texter i matematik

Traditionellt sett har det varit mindre vanligt med textanalys i matematikundervisning (Österholm, 2015). Men matematikuppgifter och matematiska texter är centrala i matematikundervisningen. Därför är det till fördel om man som lärare i förväg bekantar sig med de matematiska texter som finns i till exempel läroböcker och uppgifter som eleverna förväntas arbeta med. Det behövs för att förebygga språkliga och innehållsliga hinder. Granskningen av texterna behöver också ske med utgångspunkt i de kunskaper som läraren har om sina egna elever.

När en elev har problem med att uppfatta innehållet i textuppgifter beror det ofta på svårigheter i att förstå och koda av en matematisk text snarare än svårigheter i att behärska matematiska operationer (Norén & Caligari, 2020). Eleven kan då behöva rent språklig stöttning. Både elever med svenska som andraspråk och elever med svenska som förstaspråk kan ha svårigheter med att uppfatta budskapet i en text. Men att läsa på ett andraspråk kan innebära att mycket kraft måste läggas på att koda av och översätta texten, vilket kan försvåra och fördröja tolkningen av det matematiska innehållet.

Avslutning

Cirkelmodellens fas 1 går ut på att skapa en gemensam kunskapsbas inom ett kunskapsområde. Utifrån ett språkutvecklande arbetssätt ska sedan kunskaperna breddas och fördjupas. Att läsa och tolka matematiska texter tillsammans bygger gemensamma erfarenheter och en gemensam språkbas att arbeta vidare med. I fas 2 fortsätter utvecklingen och förankringen av matematikkunskaper genom att elever tillsammans med läraren får undersöka språk, struktur och sammanhang inom ett specifikt matematiskt område.

I den här texten har vi gett exempel på några olika matematiska texter som visar på olika språkliga drag. När läraren arbetar med språklig analys tillsammans med eleverna kan

läraren välja ut någon aspekt i taget att titta på. Elevernas kunskap om flera genrespecifika drag fylls på allteftersom. Vid ett tillfälle kanske man väljer att titta på inledningar i matematiska texter, vid ett annat fokuserar man på vad verb som **antag**, **beräkna** eller **bestäm** har för innebörd i just matematiska texter.

Referenser

- Ganuza, N., & Hedman, C. (2018). Modersmålsundervisning, läsförståelse och betyg. *Nordand*, 2(1), 4–22. <https://doi.org/10.18261/issn.2535-3381-2018-01-01>
- Gibbons, P. (2018). *Stärk språket, stärk lärandet: språk- och kunskapsutvecklande arbetssätt för och med andraspråkselever i klassrummet*. Hallgren & Fallgren.
- Mattecentrum (2024). *Matteboken*. En gratistjänst på nätet. <https://www.matteboken.se/>
- Norén, E., & Caligari, L. (2020). Practices in multilingual mathematics classrooms: word problems. I Y. Liljeqvist, L. Björklund Boistrup, J. Häggström, L. Mattsson, O. Olande & H. Palmér, (Red.), *Proceedings of MADIF 12, The twelfth research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics Education* (s. 61–70).
- Österholm, M. (2015). What is the basis for self-assessment of comprehension when reading mathematical expository texts? *Reading Psychology*, 36(8), 673–699. <https://doi.org/10.1080/02702711.2014.949018>